2015

STRUCTURAL ANALYSIS (2)

ساختماني میخانیک (دوهمه برخه)



انجینر قریب الله انوری

Part:2

ساختماني میخانیک (دوهمه برخه)

Structural Analysis (part 2)

لیکوال :

انجینر قریب الله انوري

M.Sc (Structure) NUST Islamabad
B.Sc Civil (SUIT Peshawar)
B.A and M.A (I.R) Peshawar University

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

لومړی څپرکی

د نامعین ساختمانونو پیژندنه

دوهم څپرکی

د قوي میتود

دریم څپرکی

مومنټ دستربیوشن او کني میتود

څلورم څپرکی

د میلان او کړوپیدني میتود

پنځم څپرکی

دري مومنټه معادله

شپږم څپرکی

د اوړدیدني میتود یا stiffness میتود

1

لومړی څپرکی
د ناټاکلي ستاتیکي سیستمونو پیژندنه

1.1تعارف (Introduction)

د ساختمانونو د تحلیل لومړي برخه کي مو په تفصیل سره د معین ستاتتیکی ساختمانونو په تحلیل خبره کړي وه په نوموړي فصل کي دهغه ساختمانونو تحلیل تر څیړني لاندي نیسو کوم چي د تعادلي معادلو په مرسته نه تحلیلیږي .کله چي د نامعلومو قواو شمیر د تعادل معادلو څخه زیاتیږي په داسي حال کي ساختمان د خپل تعادل د لاري نه تحلیلیږي تر څو د نامعین ساختمانونو لپاره وضع شویو میتودونو څخه استفاده ونه شي .

څرنګه چي پوهیږو په عملي ډګر کي زیاتره ساختمانونه یو شمیر اضافي اتکاګاني او یا هم مختلف ډول برخي لري کوم چي ساختمانونه د معین څخه نامعین (Indeterminate) ته بدلوي.د بیلګي په توګه یو اوسپنیز کانکریټي ساختمان (Reinforced Concrete Structure) چي د سلب، بیم ، پایه او تهداب څخه یي جوړښت موندلي وي د مسلسل ګاډرونو، سلبونو او پایو په شکل کي موجود وي نوموړي مسلسل ساختماني عناصر د موجوده تعادلي معادلو څخه زیات داخلي او یا هم خارجي قواوي لري او په عادي طریقه نه شي پیداکیدي

د نامعین ساختمانونو تحلیل په عمومي توګه په دوو طریقو کیږی .

1- د قوي میتودونه (Force Methods)

2- د اوږدیدني میتودونه (Displacement Methods)

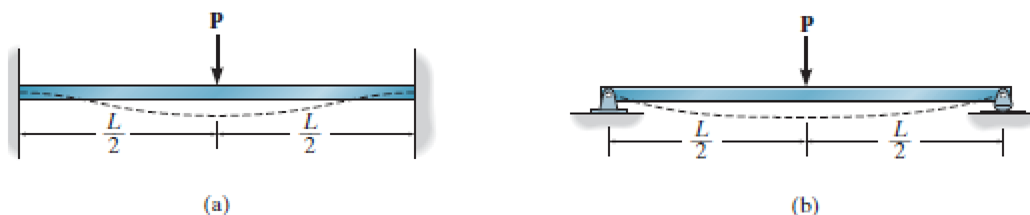
په لومړي میتود کي د قواو په واسطه اوړدیدنه (Displacement) لاس ته راوړل کیږي او د Compatibility equations په کارولو سره د اوړدیدني څخه نامعلوم قواوي پیدا کیږي.

په دوهمه میتود کي د اوړدیدني (displacement) او تاویدني په واسطه قواوي لاس ته راوړل کیږي او د Compatibiltity equations په کارولوسره نامعلوم فورسونه پیدا کیږي.

1.2 د معین او نامعین سیستمونو ګټې او زیانونه

د نامعین ساختمانونو تحلیل د معین ساختمانونو پرتله ډیر پیچلي کار دی اما د دا ډول ساختمانونو ډیزاین کول یو شمیر ګټې او زیانونه هم لري

1. د یو ورکړشوي بار لپاره ناسته او تشنجات په ناټاکلي ستاتیکي ساختمان کي د ټاکلي سیستم پرتله ډیر کم وي. د بیلګي په توګه په لاندي ورکړشوي شکل (a) کي یو ګاډر چې په دواړو انجامونوکي سختي اتکاګانی لري (نامعین ساختمان) ښودل شوي.د نومړي ګاډر په منحځنی نقطه کي $\frac{pl}{8}$ مومنټ پیدا کیږي اما کله چي همدغه ګاډر ساده اتکاءګاني ولري (شکل B) د اعظمي مومنټ اندازه دوچند کیږي.په شکل B کي د مومنټ اندازه $\frac{pl}{4}$ ده.



2. د ساختمانونو ډیزاین یو پیچلي کاردي او د غلطۍ احتمالات پکي ډیر زیات وي ، نامعین ساختمانونه د وارده بارونو د ویشني صلاحیت لري هرکله چي د ساختمان په یوه برخه کي تشنجات د خپل حدودو تجاوز کوي او په ساختمان کي اضافي اتکاګاني هم موجود وي ،

په داسي حال کي نوموړی اضافي بار دبهرانی مقطعی Critical section سره وصل شویو برخو ته لیږدول کیږي او ساختمان د ویجاړتیا او یا هم د ماتیدو څخه ژغورل کیږي.
د بیلګي په توګه که چیري په پورته ورکړ شوي شکل (a) کی د بار اندازه ډیره زیاته کړي شي د ګاډر مواد په انجامونو کي او په مینځ کی ایلډینګ (yielding) شروع کوي او په نتیجه کي یې ځاي پلاستیکي ساکني اتکاګاني (Localised Plastic hinges) پیدا کیږي ، نوموړي پلاستیکي هنجونه ګاډر مجبوروي چي کړوپیدنه وکړي کله چي کړوپیدنه (deflection) اعظمي شي د ګاډر اتکاګانی افقي قواوی او مومنټونه واردوی ترڅو ساختمان د مکمل ماتیدو څخه وژغوري.په شکل (b) کي د بار په زیاتوالي سره Plastic hinge د ګاډر په مینځ کي پیدا کیږي او اتکاګاني هیڅ ډول افقي او یا هم مومنټي عکس العملونه نه پیدا کوي په پایله کي د ډیر زیات کړوپیدني له امله ګاډر ماتیګي.

3. د نامعین ستاتیکي ساختمانونو ابعاد نظر معین ساختمانونوته ډیر کوچني وي د بیلګي په توګه یوه وایه لرونکی ساده اتکایي ګاډر لپاره د ACI Code له مخي اصغري پنډوالي (thickness) $\frac{l}{16}$ دي او مسلسل ګاډر چي دوه وایي ولري اصغري پنډوالي یې $\frac{l}{24}$ دي
4. د ناټاکلي ستاتیکي ساختمانونو د جوړخت مصارف نظر ټاکلي ساختمانونو ته ډیر زیات وي
5. ناټاکلي ساختمانونه زیاتره وخت یو شمیر اتکاګاني لري ، او د ناستي (differential settlement) امکانات پکي ډیر زیات وي .نوموړي deflection په ساختمان کي تشنجات پیداکوي د دي برعکس په ټاکلي ستاتیکي ساختمانونو کي اتکایي ناسته د اتکاګانود نوعیت له امله په ساختمان کي تشنجات نه پیداکوي دا په دي معني چي کله د ساختمان مختلفي برخي خپلو کي سره د مختلفو اتکاګانو په واسطه تړل شوي وي ، اتکایي ناسته د ساختماني شخوالي له امله په داخل د ساختمان کي تشنجات پیداکوي .که چیري اتکاګاني مومنټ ته اجازه ورکونکی (Hingr, Roller) وي په داسي حال کي deflection تشنجات نه پیداکوي.
6. نامعین ستاتیکي سیستمونه ډیر شخوالي لري اود ناستي اندازه پکي نسبتاً کمه وي

د تحلیل میتودونه (Methods of Analysis)

د نامعین ستاتیکي ساختمانونو تحلیل لپاره لاندي ورکړ شوي شرائط ترسره کول حتمي دي.

1. د تعادل حالت (Equilibrium condition)
2. د برابري حالت (Compatibility condition)
3. د قوي – اوړدیدني حالت (Force-displacement condition)

د تعادل حالت په هغه وخت کي ترسره کیږي کله چي د وارده بارونو په پایله کي ساختمان د خپل توازن او ستاتیک حالت برقرار وساتي.

Compatibilityدي ته وایي چي د ساختمان مختلفي برخي خپلو کي په صحیح ډول وصل شوي وي او قصداً هیڅ ماتوالي یا overlap ونلري.

دریم حالت د موادو په غبرګون پوري اړه لري (Linear Elastic Response)

1) د قوي میتود (Force or Flexibility Method)

نومړي میتودد نامعین ساختمانونو تحلیل لپاره د لومړیو وضع شویو میتودونو څخه یو ده. نومړي میتود په ۱۸۶۴ کي لومړي ځل لپاره James Clerk Maxwell وړاندي کړه او وروسته د Otto Mohr له اړخه په موجوده شکل تبدیل شوه.څرنګه چي د نومړي میتود اساس پر Compatibility ولاړ دي همداراز نومړي میتود د method Compatibility یا consistent deformation method په نامه هم یادیږي.

په نومړي میتود کي لومړی مختلف معادلي کوم چي پورته تشریح شوي حالتونه په صحیح ډول تکمیلوي استعمالیږي او د نومړیو معادلو په واسطه د ساختمان نامعلومي قواوي او مومنتونه لاس ته راوړل کیږي.په ساختمان کي اضافي نامعلومو قواو ته Redundant forces وییل کیږي.

د Redundant Forces پيدا كولو وروسته نور اغيزمني قوي د تعادل حالت او ساختمان لپاره د استعمال وړ تعادلي معادلو په مرسته پيدا كيږي.

2) د اوږديدني ميتود (Displacement Method)

په نوموړي ميتود كي لومړئ د قوي او اوږديدني ترمنځ تعلق او رابطه د معادلو په شكل كي صورت نيسي او وروسته د تعادلي شرايطو په پوره كولو سره د ساختمان تحليل تر پايي رسول كيږي په اسانو ټكو په نوموړي ميتود كي لومړي اوږديدنه (Displacement) محاسبه كيږي بياد اوږديدني په كارولو سره نامعلومي قواوي لاس ته راوړل كيږي.د ساختماني ميخانيک په دی برخه كي لومړي د معادلو په واسطه تحليل ترسره كيږي او وروسته د matrix په كارولو سره د ګاډرونو ، چوكاټونو او ترسونو تحليل په اسانه او چټک ډول تر څيړني لاندي نيول كيږي.

	Unknowns	Equations Used for Solution	Coefficients of the Unknowns
Force Method	Forces	Compatibility and Force Displacement	Flexibility Coefficients
Displacement Method	Displacements	Equilibrium and Force Displacement	Stiffness Coefficients

د نامعین ستاتیکي ساختمانو مثالونه :



The fixed connected joints of this concrete framework makes it statically indeterminate

په انځور کي یو اوسپنیز کانکریټي ساختمان ښودل شوي ، د نوموړي ساختمان ټولي برخي د سختو غوټو په واسطه تړل شوي او نوموړي خاصیت په ساختمان کي د نامعلومو قواو شتون لا زیاتوي.

د دا ډول ساختمانو په تحلیل کي پورته تشریح شوي میتودونه کلیدي رول لوبوي .



په پورتني انځور کي يو اوسپنيز کانکريتي ساختمان د جوړولو په حالت کی ښودل شوي. د بيلګي په توګه که چيري د نوموړي ساختمان مسلسل ګاډرونه(په جلا ډول) يا هم مسلسل وايې لرونکي چوکاټونه په نظر کي ونيول شي په داسي حال کي ساختمان د يو شمير نامعلومو قواو تر اغيزي لاندي قرار لري نوموړي نامعلومي قواوي د اتکايې عکس العملونو ، تشنجاتو ، کړوپيدني ،عرضي قواو او مومنتونو څخه عبارت دي لکه څرنګه چي په پورته انځور کي ښودل شوي.په داسي حال کي چي د نامعلومو قواو شمير د تعادلي معادلو څخه زيات وي ساختمان نامعين بلل کيږي.

د نوموړيو نامعلومو قواو محاسبه کولو لپاره د پورته تشريح شويو ميتودونو څخه استفاده کوو

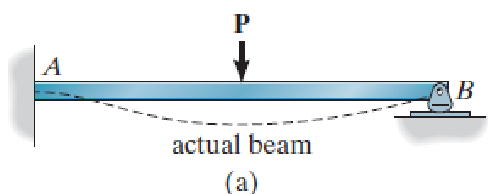
2

دوهم څپرکی

د ناټاکلي ستاتیکي سیستمونو تحلیل د قوي میتود د لاري

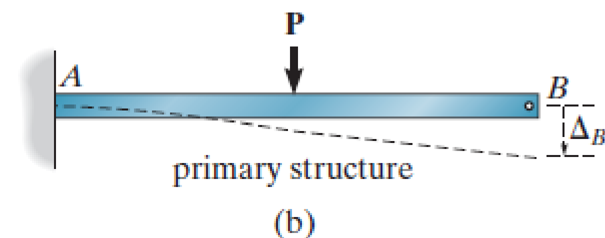
(Force Method of indeterminate Analysis)

1.1 عمومي کړنلاره (General Procedure)



actual beam
(a)

په شکل (a) کي یو بیم کوم چي د P متمرکز بار لاندي واقع دي ښودل شوي.د نوموړي بیم څلور اتکایې عکس العملونه کوم چي د تعادل معادلو (۳) څخه زیات دي بیم په یوه درجه نامعین سیستم بدلوي په داسي حال کي ساختمان په عادي طریقه نشي تحلیلیدي ترڅو یو اضافي معادله جوړه شي او د ساختمان تحلیل بشپړشي.د نوموړي معادلي جوړولو لپاره د تجمع قاعدي (Principle of Superposition) او د برابري حالت څخه استفاده کیږي .لومړي یو اتکایې عکس العمل اضافي (Redundat) فرض کیږي او تاثیر یې د ساختمان څخه موقتي لري کیږي تر څو ساختمان د معین ستاتیکي سیستم په څیر د تعادل معادلو سره مساوي عکس العملونه ولري.په دي مثال کي مونږ د B اتکا ء څخه عمودي غبرګون اضافي (Redundant) فرض کوو، د Redundant لري کولو وروسته باید ساختمان خپله استواري د لاسه ورنکړي ، ګاډر لاندي شکل اختیاروي.



primary structure
(b)

په شکل B کي که وګورو ساختمان معین ستاتیکي کنسولي ګاډر دي ، د B اتکاء څخه عکس العمل لري کولو سره نوموړي اتکاي نقطه کړوپیدنه یا ناسته کوي کوم چي د Δ_B په توري ښودل شوي.په نوموړي مثال کي دB نقطي د

کړوپیدني یا ناستي (Displacement) د برابرۍ حالت (Compatibility condition) په نظر کي نیول کیږي.

کله چي د B نقطي ځخه د بار د برداشت کولو صالحیت واخیستل شی ، اغیزمن متمرکز بار د ګاډر په په B ټکي د Δ_B په اندازه ناسته پیدا کوي .(شکل b)

همدارنګه اضافي فرض شوي عکس العمل (B_y) د بیم په B ټکي کي $B_y f_{BB}$ په اندازه پورتني جهت کي کړوپیدنه یا ناسته پیدا کوي . د پورته خوا ناسته مثبت او کښته خوا ناسته منفي فرض کیږي. په f_{BB} کي لومړۍ B د ناستي موقیعت او دوئمه B د Redundant موقیعت ښایئ.د A ، B او C اشکالو له مخي کولي شو لاندي رابطه اخذ کړو.

$\Delta'_{BB} = B_y f_{BB}$

A

B

redundant B_y applied

B_y

(c)

$$0 = -\Delta_B + \Delta'_{BB} \quad \text{.......................} \ (1)$$

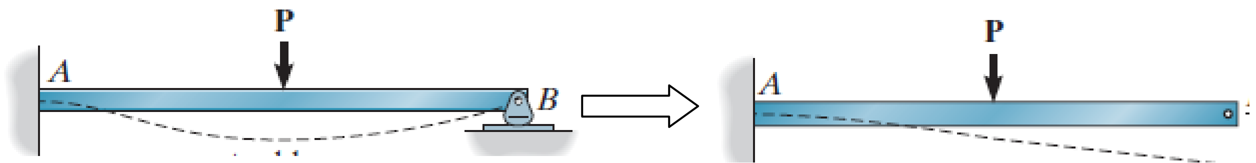
پورتنۍ معادله کي 0 د (شکل a) د B نقطي کړوپیدنه ښایئ

$-\Delta_B$ د (شکل b) د B ټکي ناسته یا د خارجي بارونه لامله چي کومه ناسته د بیم په B ټکي کي پیداکیږي.

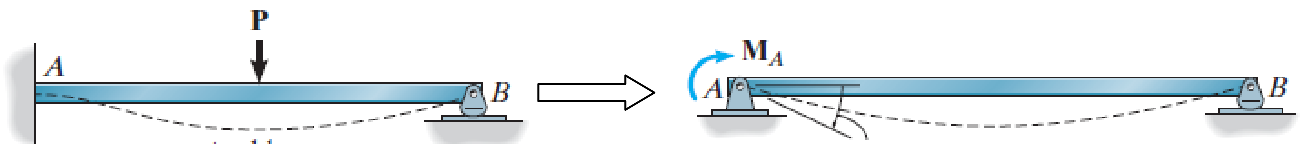
همدارنګه Δ'_{BB} د اضافي فرض شوي عکس العمل (Redundant) لاامله پیداکیدونکي ناسته ده ، که چیري نوموړي اضافي عکس العمل ته واحد قیمت ورکړشي په داسي حال کي Δ'_{BB} د f_{BB} سره مساوي کیږي کوم چي د Linear flexibility coefficient په نامه یادیږي. په نوموړي رابطه کي د مخکي په څیر لومړي B د ناستي او دوهمه B د واحد بار له املا پیداشوي ناستي موقعیت ښایئ.کولي شو (1) معادله په لاندي شکل ولیکو.

$$0 = -\Delta_B + B_y f_{BB} \quad \text{.......................} \ (2)$$

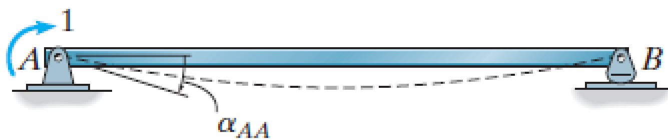
په پورتني میتود کي د Redundant انتخاب اختیاري دي، د بیلګي په توګه په لاندي ورکړشوي بیم کي Redundant په څو طریقو انتخابیږي.



د R_B اضافي عکس العمل په حیث انتخابیږي. Redundant هغه عکس العمل ته وایي چي په لري کولو سره ئي ساختمان خپله استواري د لاسه نه ورکوي بلکه د نامعین څخه معین ستاتیکي سیستم ته تبدیلیږي.په پورتني مثال کي کولي شو د R_B پر ځایی د A تکي مومنټ د Redundant په توګه ونیسو.په داسي حال کي سخته اتکاء په ساکني اتکاء بدلیږي.لاندي شکل کي ښودل شوي

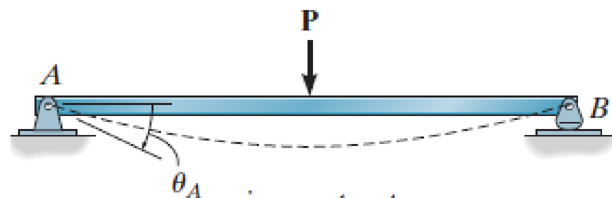


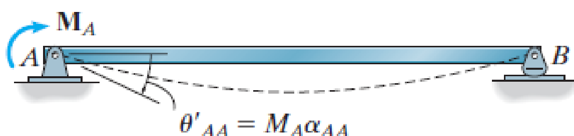
کله چي مومنټ د Redundant په حیث فرض کیږي په داسي حال کي د A تکي میلان یا زاویه په نظر کي نیول کیږي.



که چیري د مومنټ اندازه واحد وي

په داسي حال کي د Compatibility حالت د لاندي معادلي په واسطه ښودل کیږي.

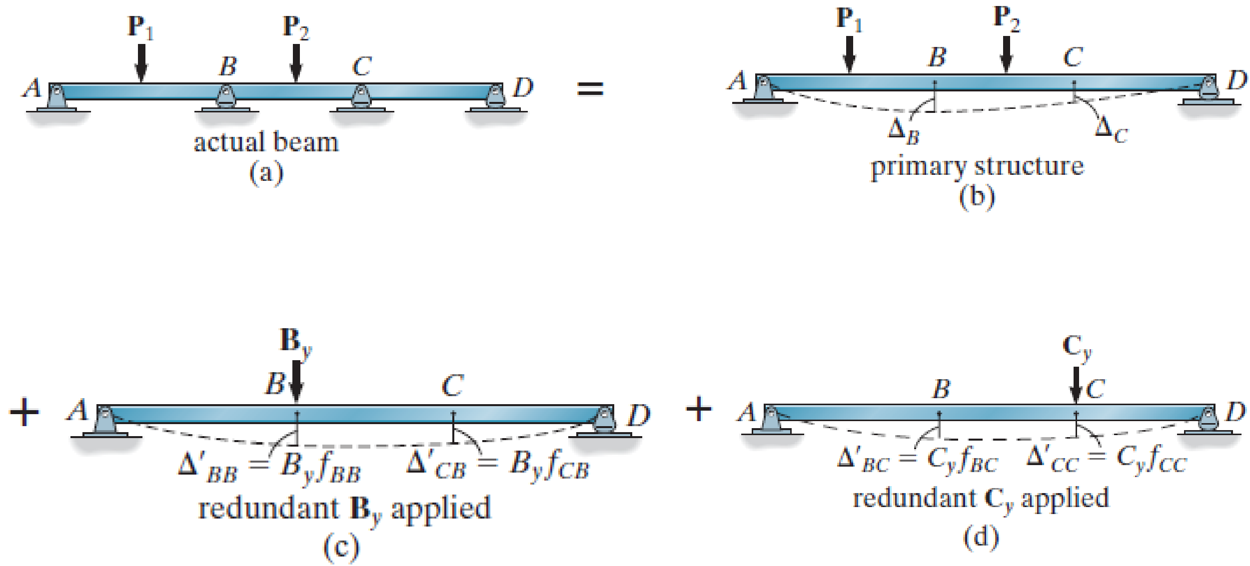




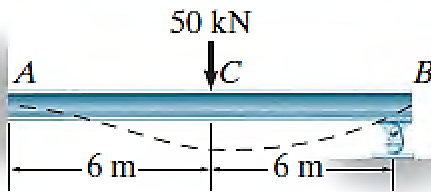
qareebanwari@gmail.com

$$0 = \theta_A + M_A \alpha_{AA}$$

د قوي میتود او د Redundant انتخابولو دوهم مثال په لاندي ډول دي.



مثال 1:

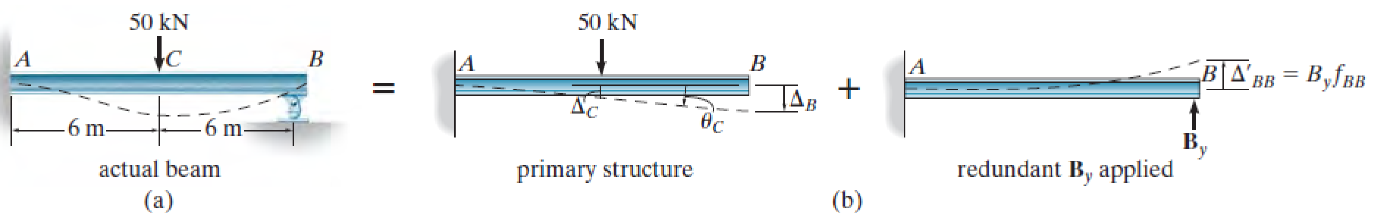


د ورکړ شوي ګاډر د متحرکي اتکاء عمودي غبرګون (vertical Reaction) پیدا کړي؟ د EI قیمت ثابت دي.

حل:

1) لومړی د ساختمان معین والي چیک کیږي. په نوموړي مثال کي بیم یوه درجه (4-3=1) نامعین دي.

2) څرنګه چي ساختمان یوه درجه نامعین دي ، په ګاډر کي یو Redundant په نښه کیږي.



3) په حقیقي ګاډر کي د B ټکی ناسته د متمرکز بار او واحد بار له امله پیداکیدونکي ناستي سره مساوي کیږي.

$$0 = -\Delta_B + B_y f_{BB} \quad ....1$$

د Δ_B او f_{BB} قیمتونه د لاندي ورکړشوي جدول څخه په اسانۍ سره اخیستل کیږي

Beam Deflections and Slopes

Loading	v + ↑	θ + ↰	Equation + ↑ + ↰
v, P, x, L	$v_{max} = -\dfrac{PL^3}{3EI}$ at $x = L$	$\theta_{max} = -\dfrac{PL^2}{2EI}$ at $x = L$	$v = \dfrac{P}{6EI}(x^3 - 3Lx^2)$
v, M_O, x, L	$v_{max} = \dfrac{M_O L^2}{2EI}$ at $x = L$	$\theta_{max} = \dfrac{M_O L}{EI}$ at $x = L$	$v = \dfrac{M_O}{2EI}x^2$

Beam	Max deflection	Slope	Elastic curve
Cantilever, uniform load w, length L	$v_{max} = -\dfrac{wL^4}{8EI}$ at $x = L$	$\theta_{max} = -\dfrac{wL^3}{6EI}$ at $x = L$	$v = -\dfrac{w}{24EI}(x^4 - 4Lx^3 + 6L^2x^2)$
Simply supported, load P at $L/2$	$v_{max} = -\dfrac{PL^3}{48EI}$ at $x = L/2$	$\theta_{max} = \pm\dfrac{PL^2}{16EI}$ at $x = 0$ or $x = L$	$v = \dfrac{P}{48EI}(4x^3 - 3L^2x)$, $0 \le x \le L/2$
Simply supported, load P at distance a (with b to the right end, span L)		$\theta_L = -\dfrac{Pab(L+b)}{6LEI}$ $\theta = \dfrac{Pab(L+a)}{6LEI}$	$v = -\dfrac{Pbx}{6LEI}(L^2 - b^2 - x^2)$ $0 \le x \le a$
Simply supported, uniform load w	$v_{max} = -\dfrac{5wL^4}{384EI}$ at $x = \dfrac{L}{2}$	$\theta_{max} = \pm\dfrac{wL^3}{24EI}$	$v = -\dfrac{wx}{24EI}(x^3 - 2Lx^2 + L^3)$
Simply supported, uniform load w over the left half ($L/2$, $L/2$)		$\theta_L = -\dfrac{3wL^3}{128EI}$ $\theta_R = \dfrac{7wL^3}{384EI}$	$v = -\dfrac{wx}{384EI}(16x^3 - 24Lx^2 + 9L^3)$ $0 \le x \le L/2$ $v = -\dfrac{wL}{384EI}(8x^3 - 24Lx^2 + 17L^2x - L^3)$ $L/2 \le x \le L$
Simply supported, moment M_O at the right end	$v_{max} = -\dfrac{M_OL^2}{9\sqrt{3}EI}$	$\theta_L = -\dfrac{M_OL}{6EI}$ $\theta_R = \dfrac{M_OL}{3EI}$	$v = -\dfrac{M_Ox}{6EIL}(L^2 - x^2)$

د $\frac{Pl^3}{3EI}$ هغه تکي ناسته ده چیرته چي متمرکز بار عمل کوي

$\Delta_B = \frac{Pl^2}{2EI} * (\frac{l}{2}) \leftarrow \theta = \frac{Pl^2}{2EI} \leftarrow \tan\theta = \frac{\Delta_B}{\frac{l}{2}}$

$$\Delta_B = \frac{P(L/2)^3}{3EI} + \frac{P(L/2)^2}{2EI}\left(\frac{L}{2}\right)$$

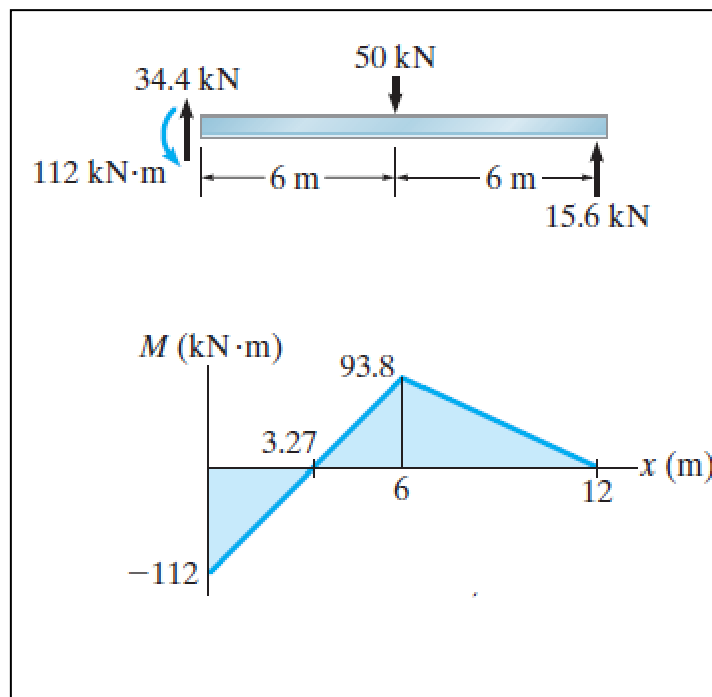
$$= \frac{(50\text{ kN})(6\text{ m})^3}{3EI} + \frac{(50\text{ kN})(6\text{ m})^2}{2EI}(6\text{ m}) = \frac{9000\text{ kN}\cdot\text{m}^3}{EI}\downarrow$$

$$f_{BB} = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{1(12\text{ m})^3}{3EI} = \frac{576\text{ m}^3}{EI}\uparrow$$

پورتني قیمتونه په (1) معادله کي وضع کوو .

$$0 = -\frac{9000}{EI} + B_y\left(\frac{576}{EI}\right) \qquad \boxed{B_y = 15.6\text{ kN}}$$

د عرضي قوي او انحنايي مومنټ دیاګرام



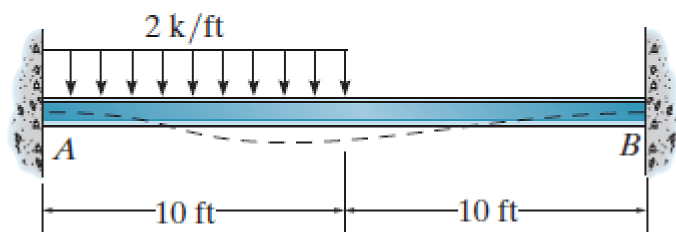
د R_b قیمت 15.6kN دي.

$\Sigma F_Y = 0$

$R_A = 50-15.6 = 34.4KN$

$M_A = (50*6)-(15.6*12) =112ft\text{-}K$

مثال 2:



د ورکړ شوي ګاډر د عرضي قوي او انحنائي مومنټ دیاګرام رسم کړئ ؟ EI د قیمت ثابت دي.

حل:

1) د بیم معین والي معلومول :

$$S.I = 2m + r_a - 2j$$

$$S.I = 2(1) + 4 - 2(2) = 6 - 4 = 2°$$

ساختمان دوه درجي نامعین دی .

2) د Redundant په نښه کول :

په نوموړي مثال کی د دواړو انجامونو د سختو اتکاګانو مومنټونه د Redundant په توګه معرفي کیږي دا په دي معني که چیري د ورکړشوي ګاډر څخه په دواړو انجامونو کي د مومنټونو برداشت کولو صلاحیت واخیستل شي په داسي حال کي دواړه سختي اتکاګاني په متحرکي اتکاګانو بدلیږي او ګاډر د نامعین څخه په معین ګاډر بدلیږي.

کله چي مومنټ د Redundant په توګه نیول کیږي د افقي یا عمودي اوږدیدني پرځاي تاویدونکي بي ځاي کیدنه (Rotational Displcement) په نظر کي نیول کیږي.

د تجمع قاعدي (Principle of superposition) او برابری حالت (Compatibility Condition) څخه په استفاده د اغیزمن بار له امله او واحد فرض شوي مومنټ له امله د A او B په نقطو کي میلان محاسبه کیږي.نوموړي زاوي په Compatibility equations کي وضع کولو سره د A او B ټکو مومنټونه لاس ته راځي.

د نوموړیو مونټونو په واسطه اتکائي عکس العملونه پیدا کیږي او په اخره کي د ګاډر د عرضي قوي او انحنائي مومنټ دیاګرامونه رسمیږي.

3) Compatibility Equations

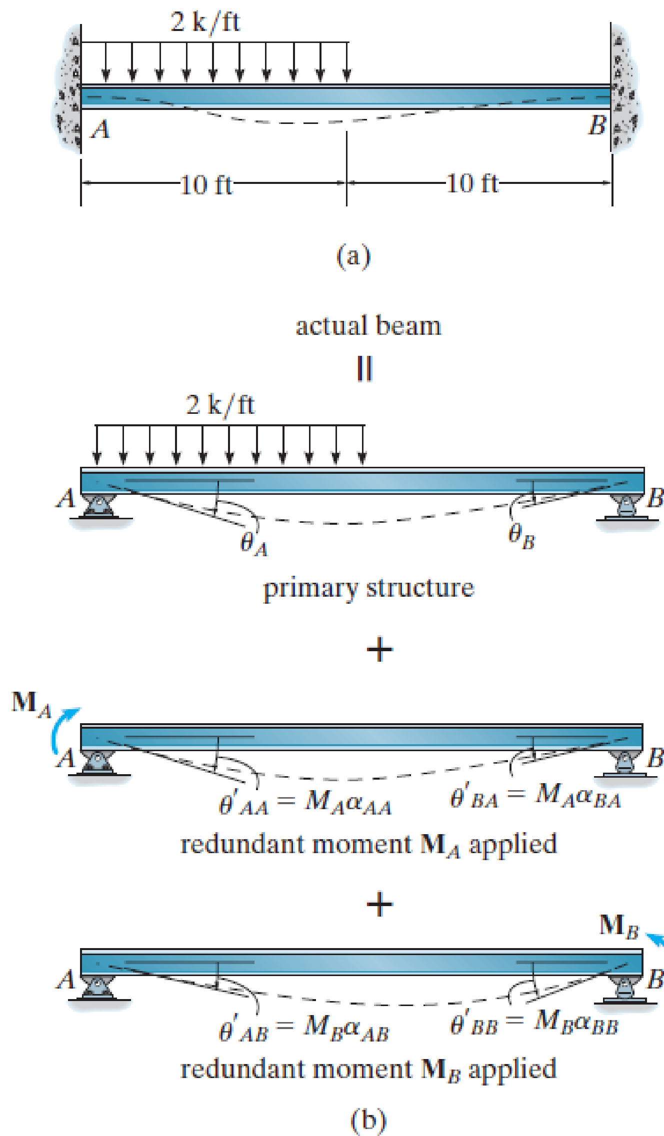
$$0 = \theta_A + M_A\alpha_{AA} + M_B\alpha_{AB} \quad (1)$$

$$0 = \theta_B + M_A\alpha_{BA} + M_B\alpha_{BB} \quad (2)$$

پورتنی معادلي د لاندي ورکړ شوي اشکالو څخه د Compatibility په استعمالولو اخذ شوي.په اوله معادله کي صفر د حقیقي یا اصلي ګاډر د A ټکي میلان ښائي کوم چي د سختي اتکاء له امله صفر دي. θ_A د وارده بار له امله پیداکیدونکي میلان دي.

θ'_{AA} د واحد مومنټ له امله پیداکیدونکي میلان دي د ګاډر په A ټکي کي.

او همدارنګه θ'_{AB} د B په نقطه کي فرض شوي واحد مومنټ له امله پیداکیدونکي میلان دي.



د پورتنیو معادلو نامعلوم ارقام په لومړي سوال کي ورکړشوي جدول څخه اخیستل کیږي.

v, w, x, $\frac{L}{2}$, $\frac{L}{2}$		$\theta_{max} = \pm \frac{wL^3}{24EI}$ 384EI	$v = -\frac{wx}{...}(16x^3 - 24Lx^2 + 9L^3)$ $0 \le$ $v = \frac{wx}{24EI}(x^3 - 2Lx^2 + L^3)$ $v = -\frac{wL}{384EI}(8x^3 - 24Lx^2 + 17L^2x - L^3)$ $L/2 \le x \le L$
v, M_O, x, L	$v_{max} = \frac{M_O L^2}{9\sqrt{3}EI}$	$\theta_L = -\frac{M_O L}{6EI}$ $\theta_R = \frac{M_O L}{3EI}$	$v = \frac{M_O x}{6EIL}(L^2 - x^2)$

$$\theta_A = \frac{3wL^3}{128EI} = \frac{3(2)(20)^3}{128EI} = \frac{375}{EI}$$

$$\theta_B = \frac{7wL^3}{384EI} = \frac{7(2)(20)^3}{384EI} = \frac{291.7}{EI}$$

$$\alpha_{AA} = \frac{ML}{3EI} = \frac{1(20)}{3EI} = \frac{6.67}{EI}$$

$$\alpha_{BB} = \frac{ML}{3EI} = \frac{1(20)}{3EI} = \frac{6.67}{EI}$$

$$\alpha_{AB} = \frac{ML}{6EI} = \frac{1(20)}{6EI} = \frac{3.33}{EI}$$

پورتني ارقام په لومړۍ او دوهمه معادله کي وضع کولو څخه لرو

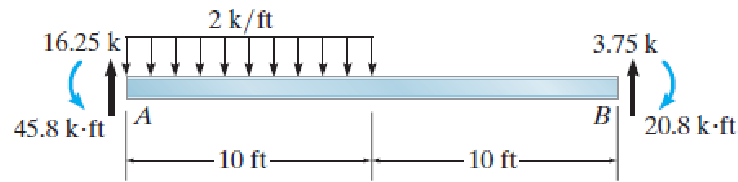
$$0 = \frac{375}{EI} + M_A\left(\frac{6.67}{EI}\right) + M_B\left(\frac{3.33}{EI}\right)$$

$$0 = \frac{291.7}{EI} + M_A\left(\frac{3.33}{EI}\right) + M_B\left(\frac{6.67}{EI}\right)$$

$$M_A = -45.8 \text{ k}\cdot\text{ft} \qquad M_B = -20.8 \text{ k}\cdot\text{ft}$$

د دواړو معادلو د حل څخه

اتکائي عکس العملونه محاسبه کول:



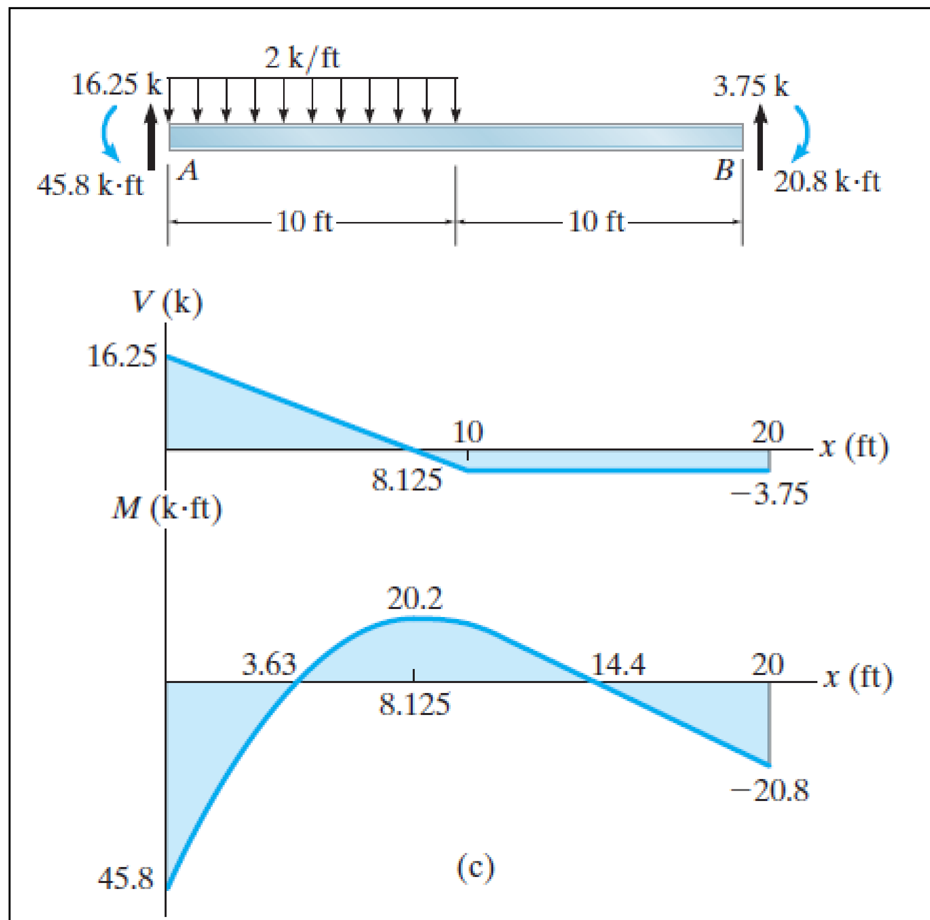
$\Sigma M_B = 0$

$R_A*20 - (2*10*15) - 45.8+20 = 0$ ………………. >>> RA = 16.25K

$\Sigma F_Y = 0$

$16.25-20+R_B = 0$…………………………………….>>> RB =3.75K

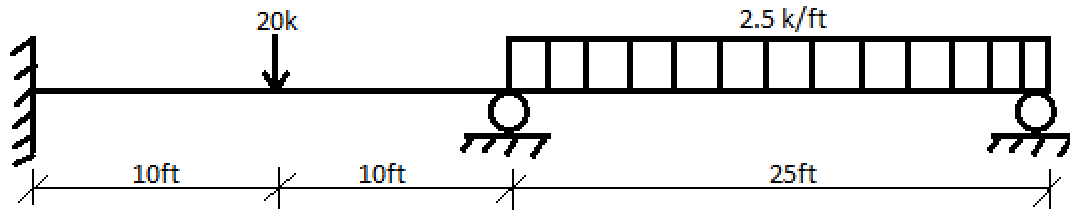
د عرضي قوي او انحنائي مومنټ دیاګرام (Shear Force and Bending Moment Diagram)



(c)

مثال 3:

د ورکړ شوي ګاډر د عرضي قوي او انحنائي مومنټ دیاګرام رسم کړئ ؟ د EI قیمت ثابت دي.



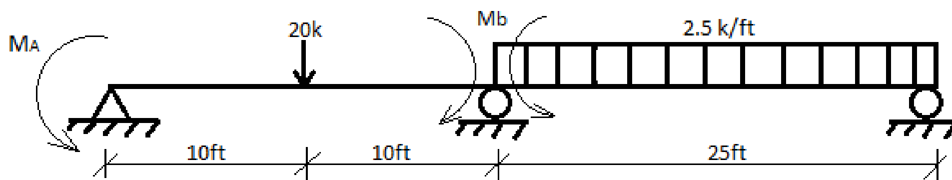
حل:

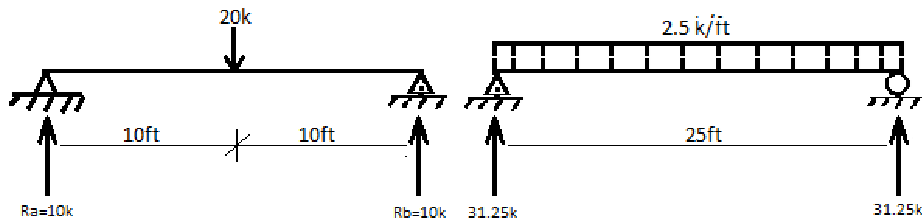
لومړی پړاو:

$$S.I = 2m + r_a - 2j$$
$$S.I = 2(2) + 4 - 2(3) = 8 - 6 = 2°$$

دوهم پړاو:

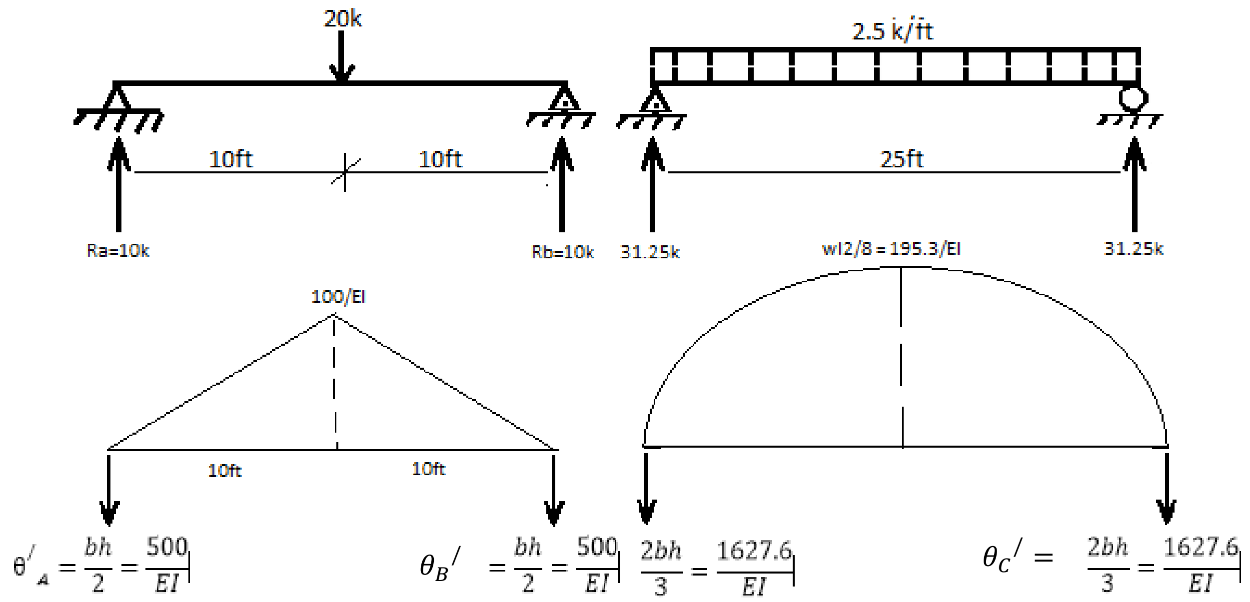
د A او B نقطی مومنټ د Redundant په حیث منل کیږي.



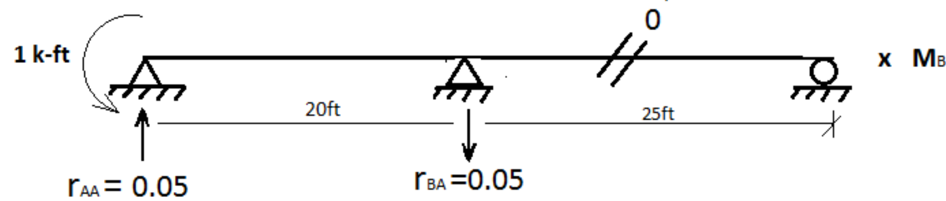


د پورتني بیمانو لومړی M/EI دیاګرامونه رسموو او د Conjugate Beam میتود د دوو قضیو په واسطه په اتکائي ټکو کي میلان لاس ته راوړو.

د وادره بار له امله



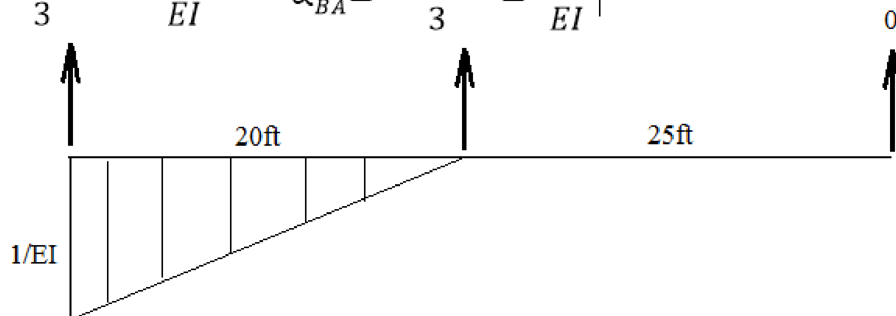
واحد مومنټ د اول Redundant په موقیعیت کي



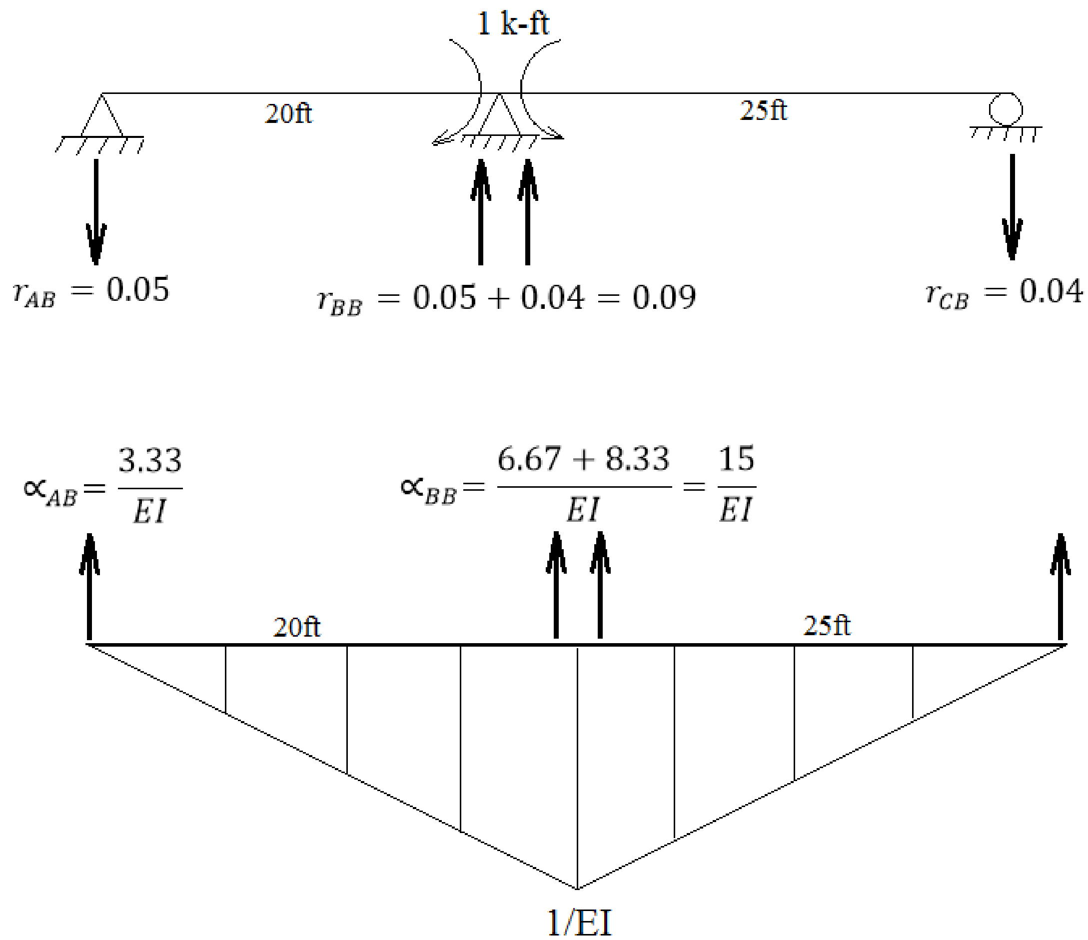
$$\propto_{AA} = \frac{2\left(\frac{1x20}{2EI}\right)}{3} = \frac{6.67}{EI}$$

$$\propto_{BA} = \frac{\left(\frac{1x20}{2EI}\right)}{3} = \frac{3.33}{EI}$$

Conjugate Beam د میتود



واحد مومنټ د دوهم Redundant په موقیعیت کي



دریم پړاو: Compatibility Matrix

$$[\theta] = [\theta^{/}] + [\propto][M]$$

$$\begin{bmatrix}\theta_A\\ \theta_B\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\theta_A{}^{/}\\ \theta_B{}^{/}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\propto_{AA} & \propto_{BA}\\ \propto_{AB} & \propto_{BB}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}M_A\\ M_B\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-500\\ -2127.6\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}6.67 & 3.33\\ 3.33 & 15\end{bmatrix}\begin{bmatrix}M_A\\ M_B\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}M_A\\ M_B\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}6.67 & 3.33\\ 3.33 & 15\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}-500\\ -2127.6\end{bmatrix}$$

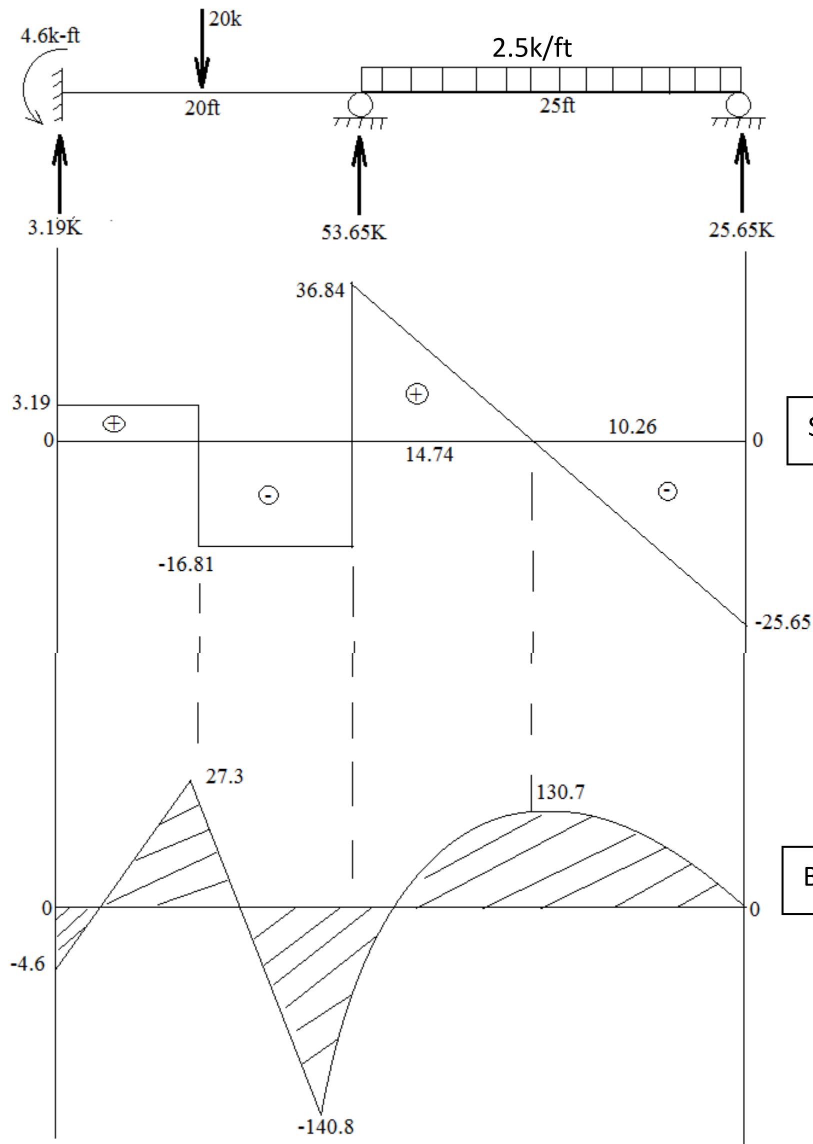
$$\begin{bmatrix} M_A \\ M_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.6 \\ 140.8 \end{bmatrix}$$

څلورم پړاو: پاتي اتکائي عکس العملونه.

$$\begin{bmatrix} R_A \\ R_B \\ R_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_A{}' \\ R_B{}' \\ R_C{}' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{AA} & r_{AB} \\ r_{BA} & r_{BB} \\ r_{CA} & r_{CB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.6 \\ 140.8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_A \\ R_B \\ R_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 41.25 \\ 31.25 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.05 & -0.05 \\ -0.05 & 0.09 \\ 0 & -0.04 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.6 \\ 140.8 \end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix} R_A \\ R_B \\ R_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.19 \\ 53.65 \\ 25.65 \end{bmatrix}$$

پنځم پړاو: د عرضي قوي او انحنائي مومنټ دیاګرام



Shear Force Diagram

Bending Moment Diagram

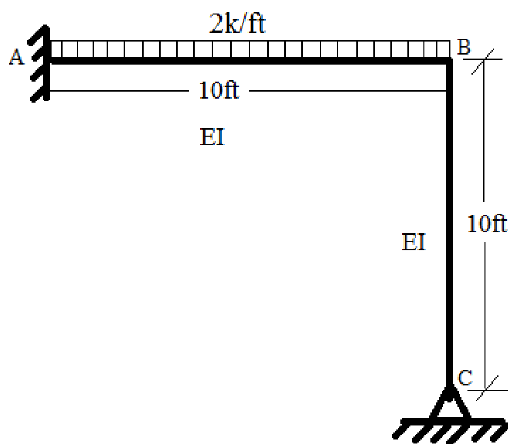
د چوکاټونو تحلیل لپاره د قوي میتود

(Force Method of Analysis for Frames)

د نامعین ستاتیکي چوکاټونو د تحلیل لپاره د قوي میتود په هغه صورت کي ډیره مفیده تمامیږي کله چي د چوکاټونو د معین والي درجه ټیټه وي او چوکاټونه یو منزله وي.د څو منزله چوکاټونو (High degree of indeterminscy) لپاره د میلان او کږوېدني میتود (Slope and Deflection Method) کوم چي په راتلونکي څپرکو کي په تفصیل سره تشریح کیږي ، ډیر ښه نتائج ورکوي.

مثال :4

د ورکړ شوي چوکاټ د عرضي قوي او انحنائي مومنټ دیاګرام رسم کړئ ؟ د EI قیمت ثابت دي.



لومړی پړاو:معین والي چیک کول

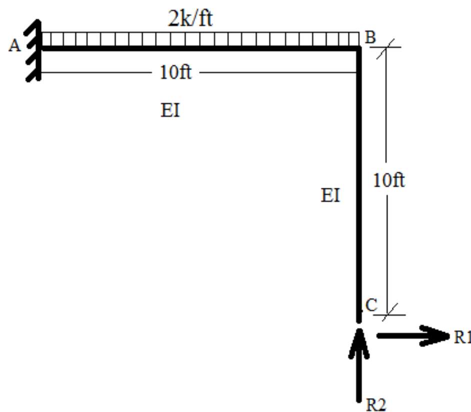
$$S.I=3m+r_a-3j$$
$$S.I=3(2)+5-3(3)$$
$$S.I=2°$$

دوهم پړاو: Basic Release structure

د C ټکي افقي عکس العمل لومړی او عمودی عکس العمل دوهم Redundant فرضیږي.

کولی شو د سختي اتکاء پر ځاي ساکنه اتکاء ولګو او مومنټ یي Redundant فرض کو.

Redundantهغه عکس العمل یا مومنټ ته وایې چي په لري کولو سره یي ساختمان د ټاکلي سیستمونو کټګوري ته داخلیږي او خپله استواري د لاسه نه و رکوي.



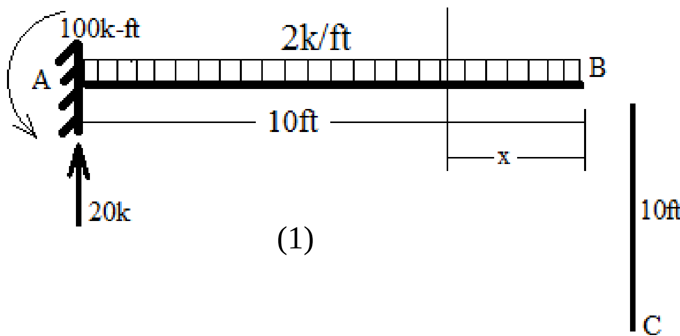
دریم پړاو:

په نومورې پړاو کي د چوکاټ د مختلفو برخو د یو مبدا څخه په x فاصله د مومنټ رابطي لیکل کیږي. دارابطي دبهر له اړخه وارده بارونو او د واحد بارونو لپاره جوړیږي.

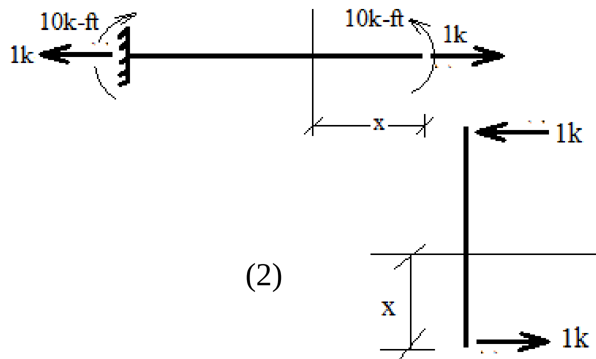
Member	AB	BC
Length limits	0-10	0-10
EI	1	1
origion	B	C
M	$-x^2$	0
m_1	10	x
m_2	x	0

خلورم پړاو:

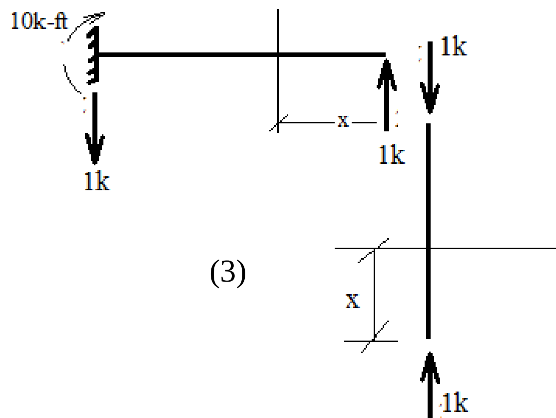
چوکاټ په دوو برخو ويشل کيږي او په هره برخه د تجمع قاعده (Principle of superposition) پلي کولو سره نامعلوم ارقام لاس ته راوړل کيږي



په دوئم شکل کي واحد بار د لومړي Redundant په جهت کي ښودل شوي او د عناصرو نورو غوټو ته د علامتي سيستم په پام کي نيولو سره انتقال شوي. د مبدا څخه په x فاصله د مومنټ رابطه د چوکاټ هري برخي لپاره جوړيږي .



همداراز په دريم شکل کي واحد بار ددوئم Redundant په جهت کي لګول کيږي.



$$[\Delta] = [\Delta'] + [f][R]$$

$$\begin{bmatrix}\Delta_1\\ \Delta_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta_1{}'\\ \Delta_2{}'\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}f_{11} & f_{12}\\ f_{21} & f_{22}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}R_1\\ R_2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}R_1\\ R_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f_{11} & f_{12}\\ f_{21} & f_{22}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\Delta_1-\Delta_1{}'\\ \Delta_2-\Delta_2{}'\end{bmatrix} \quad \text{———— A}$$

$$\Delta_1{}'=\sum\int_0^{10}\frac{\mathrm{Mm_1}}{\mathrm{EI}}\mathrm{dx}=\frac{1}{\mathrm{EI}}\int_0^{10}(-\mathrm{x}^2)(10).\mathrm{dx}+\frac{1}{\mathrm{EI}}\int_0^{10}(0)(\mathrm{x}).\mathrm{dx}$$

$$\Delta_1{}'=\frac{-3333.3}{\mathrm{EI}}$$

$$\Delta_2{}'=\sum\int_0^{10}\frac{\mathrm{Mm_2}}{\mathrm{EI}}\mathrm{dx}=\frac{1}{\mathrm{EI}}\int_0^{10}(-\mathrm{x}^2)(\mathrm{x}).\mathrm{dx}+0$$

$$\Delta_1{}'=\frac{-2500}{\mathrm{EI}}$$

$$f_{11}=\sum\int_0^{10}\frac{\mathrm{m_1}^2}{\mathrm{EI}}\mathrm{dx}=\frac{1}{\mathrm{EI}}\int_0^{10}(100).\mathrm{dx}+\frac{1}{\mathrm{EI}}\int_0^{10}(x^2).\mathrm{dx}$$

$$f_{11}=\frac{1333.33}{\mathrm{EI}}$$

$$f_{22}=\sum\int_0^{10}\frac{\mathrm{m_2}^2}{\mathrm{EI}}\mathrm{dx}=\frac{1}{\mathrm{EI}}\int_0^{10}(x^2).\mathrm{dx}+0$$

$$f_{22}=\frac{333.33}{\mathrm{EI}}$$

$$f_{12}=f_{21}=\sum\int_0^{10}\frac{m_1m_2}{\mathrm{EI}}\mathrm{dx}=\frac{1}{\mathrm{EI}}\int_0^{10}(\mathrm{x})10.\mathrm{dx}+0$$

$$f_{12}=f_{21}=\frac{500}{\mathrm{EI}}$$

پورتني ارقام په A معادله کي وضع کول څخه لرو.

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1333.33 & 500 \\ 500 & 333.33 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0-(-3333.33) \\ 0-(-2500) \end{bmatrix}$$

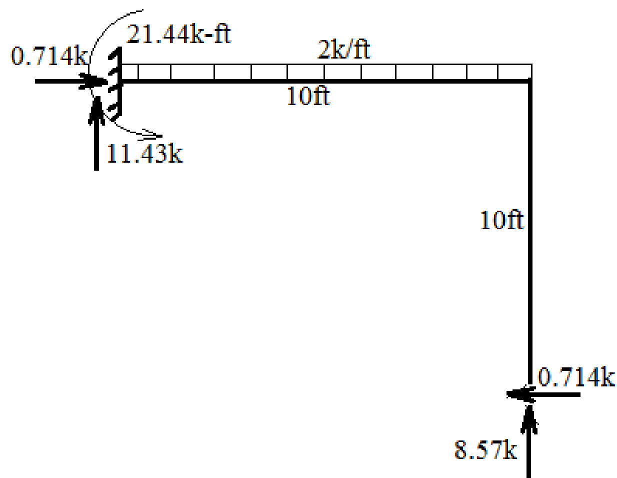
$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.714 \\ 8.57 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_{Ax} \\ R_{Ay} \\ M_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{Ax}' \\ R_{Ay}' \\ M_A' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{Ax}{''}_1 & r_{Ax}{''}_2 \\ r_{Ay}{''}_1 & r_{Ay}{''}_2 \\ M_A{''}_1 & M_A{''}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_{Ax} \\ R_{Ay} \\ M_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \\ -100 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 10 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.714 \\ 8.57 \end{bmatrix}$$

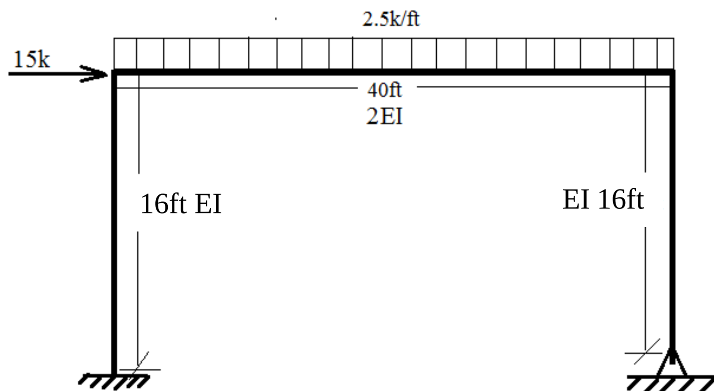
$$\begin{bmatrix} R_{Ax} \\ R_{Ay} \\ M_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.714 \\ 11.43 \\ -21.44 \end{bmatrix}$$

د عرضي قوي او مومنټ دیاګرامونه کاږل:



مثال :5

د ورکړ شوي چوکاټ د عرضي قوي او انحنائي مومنټ دیاګرام رسم کړئ ؟ د EI قیمت ثابت دي.



لومړی پړاو:معین والي چیک کول

$S.I=3m+r_a-3j$

$S.I=3(3)+5-3(4)$

$S.I=2°$

دوهم پړاو: Basic Release structure

د D ټکی افقي عکس العمل لومړی او عمودی عکس العمل دوهم Redundant فرضیږي.

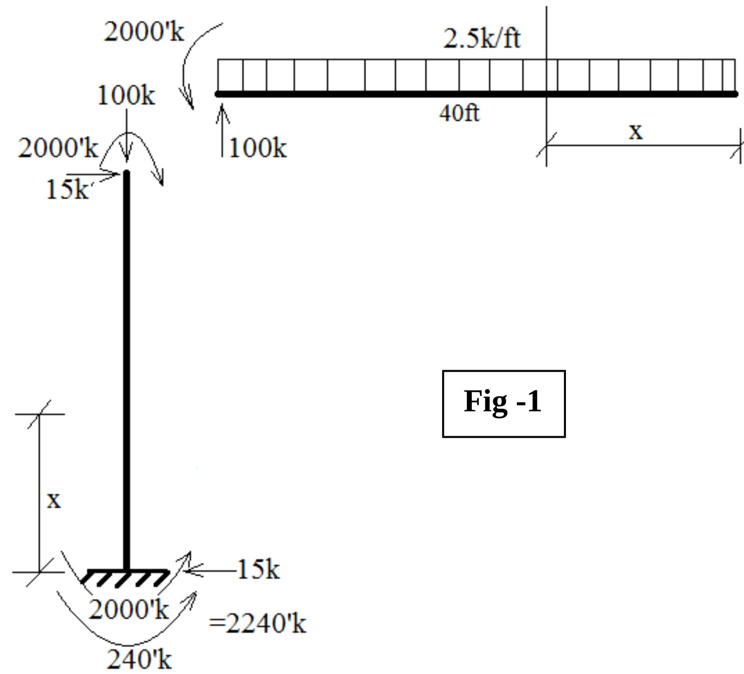
کولی شو د A ټکي سختي اتکاء پر ځاي ساکنه اتکاء ولګو او مومنټ يې Redundant فرض کو او یا هم د A نقطي دواړه افقي او عمودي غبرګونونه Redundant فرض کو.

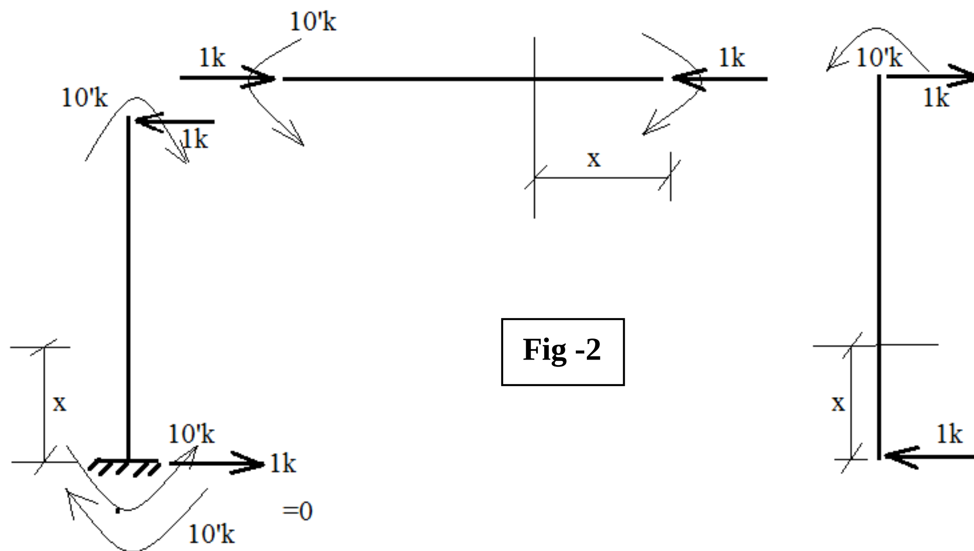
Redundantهغه عکس العمل یا مومنټ ته وایي چي په لرې کولو سره یې ساختمان د تاکلي سیستمونو کټګوري ته داخلیږي او خپله استواري د لاسه نه و رکوي.

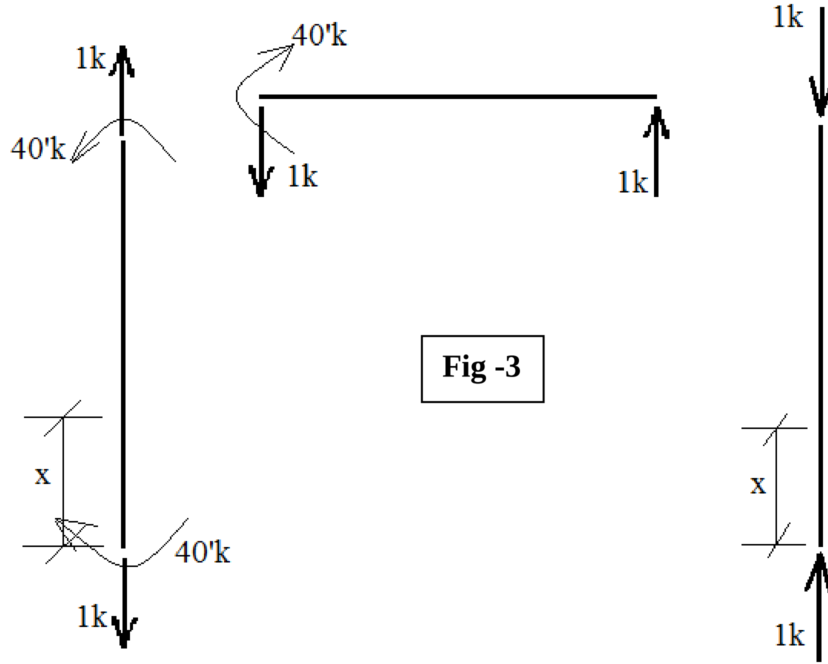
دریم پړاو:

په نوموړي پړاو کي د چوکاټ د مختلفو برخو د یو مبدا څخه په x فاصله د مومنټ رابطي لیکل کیږي. دارابطي دبهر له اړخه وارده بارونو او د واحد بارونو لپاره جوړیږي.

Member	AB	BC	CD
Length limits	0-16	0-40	0-16
EI	1	2	1
origion	A	C	D
M	-2240+15x	$(-2.5x^2)/2$	0
m_1	-x	-16	-x
m_2	40	x	0


2000'k
2.5k/ft
100k
40ft
100k
x
2000'k
15k
Fig -1
x
15k
2000'k
=2240'k
240'k


10'k
1k
1k
10'k
1k
10'k
1k
1k
x
Fig -2
x
x
10'k
1k
1k
=0
10'k



$$\Delta_1' = \sum \int_0^L \frac{Mm_1}{EI} dx = \frac{1}{EI}\int_0^{16} (-2240 + 15x)(-x).dx + \frac{1}{2EI}\int_0^{40} (-1.25x^2)(-16).dx + 0$$

$$\Delta_1' = \frac{-479573.33}{EI}$$

$$\Delta_2' = \sum \int_0^L \frac{Mm_2}{EI} dx = \frac{1}{EI}\int_0^{16} (-2240 + 15x)(40).dx + \frac{1}{2EI}\int_0^{40} (-1.25x^2)(x).dx + 0$$

$$\Delta_1' = \frac{-1756800}{EI}$$

$$f_{11} = \sum \int_0^L \frac{{m_1}^2}{EI} dx = \frac{1}{EI}\int_0^{16} (+x^2).dx + \frac{1}{2EI}\int_0^{40} (-16^2).dx + \frac{1}{EI}\int_0^{16} (+x^2).dx$$

$$f_{11} = \frac{7850.67}{EI}$$

$$f_{12} = f_{21} = \sum \int_0^{10} \frac{m_1 m_2}{\mathrm{EI}} \mathrm{dx} = \frac{1}{\mathrm{EI}} \int_0^{16} (-\mathrm{x})(40).\mathrm{dx} + \frac{1}{2\mathrm{EI}} \int_0^{40} (-16)(x).\mathrm{dx} + 0$$

$$f_{12} = f_{21} = \frac{-11520}{\mathrm{EI}}$$

$$f_{22} = \sum \int_0^{10} \frac{\mathrm{m_2}^2}{\mathrm{EI}} \mathrm{dx} = \frac{1}{\mathrm{EI}} \int_0^{16} (40^2).\mathrm{dx} + \frac{1}{2\mathrm{EI}} \int_0^{40} (x^2).\mathrm{dx} + 0$$

$$f_{22} = \frac{36266.67}{\mathrm{EI}}$$

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7850.67 & -11520 \\ -11520 & 36266.67 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (-479573.33) \\ (-1756800) \end{bmatrix}$$

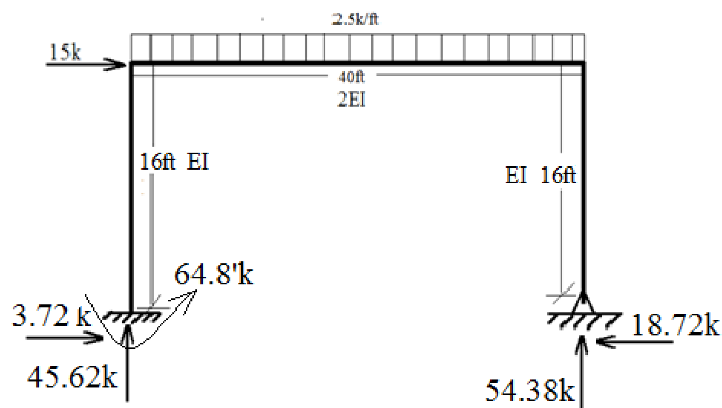
$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18.72 \\ 54.38 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_{Ax} \\ R_{Ay} \\ M_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{Ax}' \\ R_{Ay}' \\ M_A' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{Ax}{''}_1 & r_{Ax}{''}_2 \\ r_{Ay}{''}_1 & r_{Ay}{''}_2 \\ M_A{''}_1 & M_A{''}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_{Ax} \\ R_{Ay} \\ M_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 \\ 100 \\ -2240 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 18.72 \\ 54.38 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_{Ax} \\ R_{Ay} \\ M_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.72 \\ 45.62 \\ -64.80 \end{bmatrix} \mathrm{k}$$

Final diagram



REFRENCES: (اخذ ليكونه)

1. **Structural analysis by R C Hibbler**
2. **Structural analysis A classical and matrix approach by McCormac and Nelson**
3. Indeterminate structural analysis by c k wang
4. Basic structural analysis: c.s.reddy
5. Elementary structural analysis: j.b.willbur, c.h. norris and utku
6. Plastic methods of structural analysis: b.g. neal
7. Theory of structures: b.c.punmia, ashok jain, arun jain

دریم څپرکی

دمومنټ ویشني میتود Moment Distribution Method

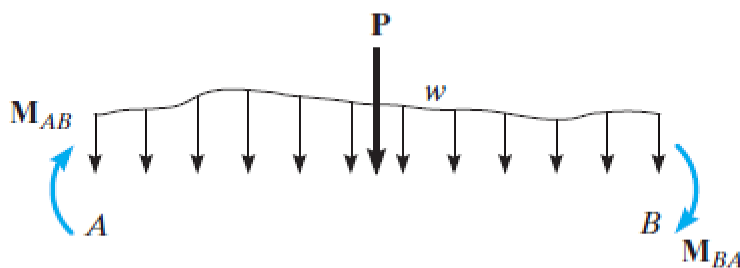
تعارف (Introduction)

د مومنټ ویشني میتود د اوړیدني میتودونو څخه یو ده او په څو منزله او څو وایي لرونکي چوکاټونو کي تري ډیر په اسانۍ او چټکتیا استفاده کیږی. نومړي میتود په کال ۱۹۳۰ کي د هارډي کراس لخوا اخذ شوي او په خپل وخت کي د ساختمانونو د تحلیل په برخه کي مهم پیش رفت ګڼل کیدو. د مومنټ ویشني میتود اساس په یو څو پرله پسي اټکلونو، کوم چي تر مطلوب دقت (Required accuracy) پوري په اسانۍ سره غزول کیدای شی، ولاړ دي.

د نومړي میتود په پروسه کي تر ټولو لومړي دا فرضیه په کار اچول کیږي چي د ساختمان هره یوه غوټه سخته (Fixed) ده اود هر یو جواینټ په پرله پسي ډول په خلاصولو (unlocking) او کولپ (Locking) کولو سره د غوټو داخلي مومنټونه وصل شویو برخو ته لیږدول کیږي او په پایله کي ټول مومنټونه سره خپلو کي بیلانس کیږي. نوموړي میتود تکراري پړاونه لري.

علامتي سیستم

ساعت د عقربی مطابق (Clockwise) مومنټ مثبت او مخالف مومنټونه منفي نیول کیږي.



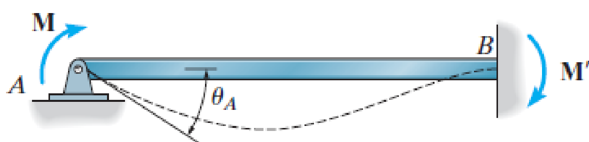
سخت انجامي مومنټ (Fixed End Moment) د اغیزمن بار لاندي قرارلرونکي غړیو په سختو غټو کي او یا هم کله چي اتکاء دیوال وي ، مومنټ یي سخت انجامي مومنټ په نامه یادیږي. نوموړي مومنټ دلاندي ورکړ شوي جدول څخه په اسانۍ سره اخیستل کیږي.

Fixed End Moments

Loading	Both ends fixed		A fixed, B pinned
Point load P at midspan ($L/2$, $L/2$)	$(FEM)_{AB} = \frac{PL}{8}$	$(FEM)_{BA} = \frac{PL}{8}$	$(FEM)'_{AB} = \frac{3PL}{16}$
Point load P at distances a, b (L)	$(FEM)_{AB} = \frac{Pb^2a}{L^2}$	$(FEM)_{BA} = \frac{Pa^2b}{L^2}$	$(FEM)'_{AB} = (\frac{P}{L^2})(b^2a + \frac{a^2b}{2})$
Two loads P at $L/3$, $L/3$, $L/3$	$(FEM)_{AB} = \frac{2PL}{9}$	$(FEM)_{BA} = \frac{2PL}{9}$	$(FEM)'_{AB} = \frac{PL}{3}$
Three loads P at $L/4$, $L/4$, $L/4$, $L/4$	$(FEM)_{AB} = \frac{5PL}{16}$	$(FEM)_{BA} = \frac{5PL}{16}$	$(FEM)'_{AB} = \frac{45PL}{96}$
Uniform load w over L	$(FEM)_{AB} = \frac{wL^2}{12}$	$(FEM)_{BA} = \frac{wL^2}{12}$	$(FEM)'_{AB} = \frac{wL^2}{8}$
Uniform load w over first $L/2$	$(FEM)_{AB} = \frac{11wL^2}{192}$	$(FEM)_{BA} = \frac{5wL^2}{192}$	$(FEM)'_{AB} = \frac{9wL^2}{128}$
Triangular load w (max at A) over L	$(FEM)_{AB} = \frac{wL^2}{20}$	$(FEM)_{BA} = \frac{wL^2}{30}$	$(FEM)'_{AB} = \frac{wL^2}{15}$
Symmetric triangular load w (peak at $L/2$)	$(FEM)_{AB} = \frac{5wL^2}{96}$	$(FEM)_{BA} = \frac{5wL^2}{96}$	$(FEM)'_{AB} = \frac{5wL^2}{64}$

دغړیو سختوالي ضریب (Member Stiffness Factor)

په شکل کي یو ګاډر چي په یو اړخ کي سخته او بل اړخ کي ساکنه اتکاء لري ښودل شوي. کله چي A غوټه د اپلائډ مومنټ لاندي واقع کيږي په داسي حال کي



شکل-۱

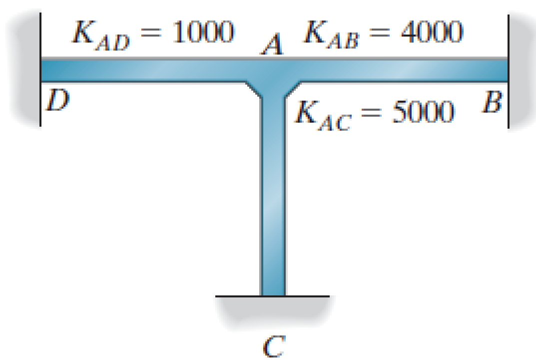
AB برخه په A ټکي کي د θ_A په اندازه ميلان کوي، د سختماني ميخانيک په اتم فصل کي د ميلان او مومنټ ترمنځ رابطه په تفصيل سره تشريح شوي. کله چي ليري انجام سخت وي په داسي حال کي د غړي د سختوالي ضريب د لاندي فورمول په واسطه لاس ته رازي.

$$K = \frac{4EI}{L} \quad far\ end\ fixed$$

ستفنس فکتور هغه مومنټ ته وايي کوم چي A انجامي نقطه د يو راډيان په اندازه څرخوي

د غوټي د سختوالي ضريب (Joint stiffness factor)

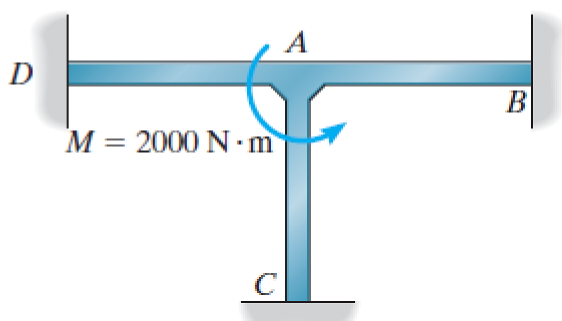
کله چي يو شمير برخي د يوي غوټي سره سخت وصل شوي وي او د هري برخي ليري اړخ سخته اتکاء لرونکي وي په داسي حال کي د تجمع قاعدي له مخي د A غوټي د سختوالي ضريب د ټولو برخو د سختوالي ضريبونو د مجموعي سره مساوي کيږي .



په شکل کي د ښودل شوي چوکاټ د A غوټي د سختوالي ضريب په لاندي ډول محاسبه کيږي

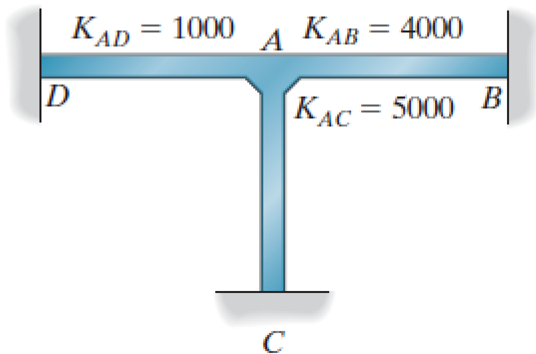
$$K_T = 1000 + 4000 + 5000 = 10000$$

د ويشني ضريب (Distribution Factor)



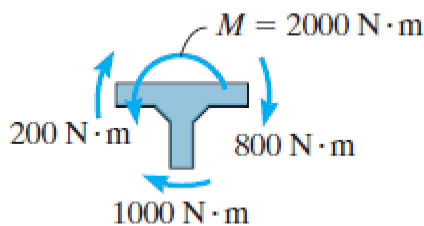
په شکل کي ښودل شوی A غوټه کوم چي د AB ، AC ، او AD برخو سره وصل شوي ده د 2000N-m مومنټ لاندي واقع ده. دي لپاره چي A غوټه په توازن کي پاتي شي هر يو غړي يو څه اندازه مقاومتي مومنټ (Resisting Moment) وړاندي کوي.د نوموړي مقاومتي مومنټ اندازه معلومولو لپاره د ويشني ضريب څخه استفاده کيږي.د ويشني ضريب په لاندي فورمول محاسبه کيږي.

$$D.F = \frac{K}{\Sigma K}$$



په پورتني شکل کي د AB ، AC ، او AD برخو د ویشني ضریب په لاندي ډول ترلاسه کیږي.

$$D.F_{AB} = \frac{K_{AB}}{\Sigma K} = \frac{4000}{10000} = 0.4$$



$$D.F_{AB} = \frac{K_{AD}}{\Sigma K} = \frac{1000}{10000} = 0.1$$

$$D.F_{AB} = \frac{K_{AC}}{\Sigma K} = \frac{5000}{10000} = 0.5$$

د هري یوي برخی لخوا مقاومتي مومنټ (Resisting Moment) په لاندي ډول محاسبه کیږي

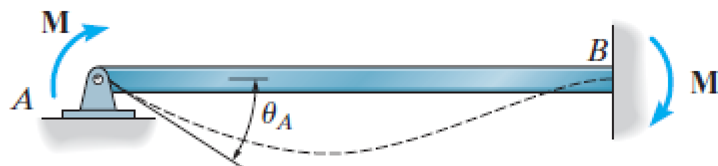
$$M_{AB} = 0.4(2000) = 800N - m$$

$$M_{AC} = 0.5(2000) = 1000N - m$$

$$M_{AD} = 0.1(2000) = 200N - m$$

(Carry over Factor)

په لاندي ښودل شوي شکل کي مومنټ A مساوي کیږي له $M_{AB} = (\frac{4EI}{L})\theta_A$ او مومنټ B له سره $M_{BA} = (\frac{2EI}{L})\theta_A$



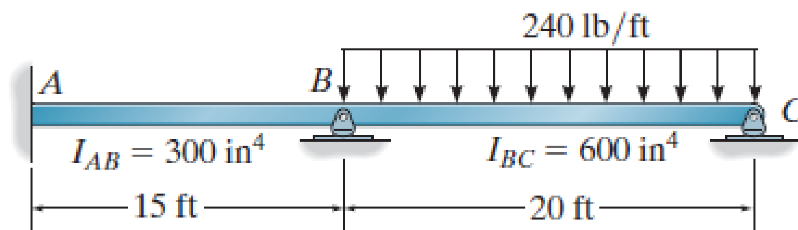
دواړه معادلي د θ لپاره حل کولو څخه

$$M_{BA} = \frac{M_{AB}}{2}$$

په پن انجامي نقطي کي مومنټ په مقابل انجام کي نيماېي مومنټ پيدا کوي.

دCarry over factor مومنټ هغه کسر ته واېي کوم چي د پن انجامي نقطي څخه سختي انجامي نقطي ته ليږدول کيږي.په نوموړي حالت کي carry over factor د مومنټ نيمايي يا $+\frac{1}{2}$ دي.مثبت علامه د دواړو مومنټونو هم جهتي ښايي.

ګاډرونو لپاره د مومنټ ويشني ميتود



لومړي پړاو:

د ګاډر د مختلفو وايو د سخت والي ضريب (Stiffness factor) محاسبه کول

$$K_{BA} = \frac{4E(300)}{15} = 4E(20)\ \text{in}^4/\text{ft} \qquad K_{BC} = \frac{4E(600)}{20} = 4E(30)\ \text{in}^4/\text{ft}$$

$$K_{BC} = \frac{4E(600)}{20} = 4E(30)\ \text{in}^4/\text{ft} \qquad K = \frac{4EI}{L}$$

دوهم پړاو:

د ويشني ضريب (Distribution Factor) محاسبه کول

$$D.F = \frac{K}{\Sigma K}$$

$$DF_{BA} = \frac{4E(20)}{4E(20) + 4E(30)} = 0.4$$

$$DF_{BC} = \frac{4E(30)}{4E(20) + 4E(30)} = 0.6$$

هغه مومنټ کوم چې سختي اتکاء ته راانتقال شي ټوله برخه يې همدلته جذبيږي، ساکنه اتکاء د مومنټ اخيستلو صلاحيت نه لري لهذا ټوله برخه يې وصل شويو غړيو ته انتقاليږي.

$$D.F_{AB} = 0$$

$$D.F_{CB} = 1$$

دريم پړاو:

Fixed end momentمحاسبه کول

$$(FEM)_{BC} = -\frac{wL^2}{12} = -\frac{240(20)^2}{12} = -8000\ \text{lb}\cdot\text{ft}$$

$$(FEM)_{CB} = \frac{wL^2}{12} = \frac{240(20)^2}{12} = 8000\ \text{lb}\cdot\text{ft}$$

څلورم پړاو:

د تړل شويو غوټو پرانستل او په پرله پسي ډول د مومنټونو مقاومتي مومنټ اخيستل او ويشنه.

Joint	A	B		C	
Member	AB	BA	BC	CB	
DF	0	0.4	0.6	1	1
FEM			−8000	8000	2
Dist.		3200	4800	−8000	3
CO	1600		−4000	2400	4
Dist.		1600	2400	−2400	5
CO	800		−1200	1200	6
Dist.		480	720	−1200	7
CO	240		−600	360	8
Dist.		240	360	−360	9
CO	120		−180	180	10
Dist.		72	108	−180	11
CO	18		−27	27	14
Dist.		10.8	16.2	−27	15
CO	5.4		−13.5	8.1	16
Dist.		5.4	8.1	−8.1	17
CO	2.7		−4.05	4.05	18
Dist.		1.62	2.43	−4.05	19
CO	0.81		−2.02	1.22	20
Dist.		0.80	1.22	−1.22	21
CO	0.40		−0.61	0.61	22
Dist.		0.24	0.37	−0.61	23
ΣM	2823	5647	−5647	0	24

د مومنټ ویشنې ضریب

سخت انجامي مومنټ

په B جواینټ د مومنتونو مجموعه

BA برخه د بار د نه شتون له امله هیڅ سخت انجامي مومنټ نه لري.د مجموعي اخیستو وروسته نوموړي مومنټ د ویشني ضریب سره ضربیږي او د DEM په قطار کي لیکل کیږي.COM د مخکنبي مومنټ نیماییي وي

د تحلیل کړنلاره (Procedure for Analysis)

1) د سختوالي ضریب (Stiffness factor) محاسبه کول

2) د ویشني ضریب (Distribution factor) محاسبه کول

- د سختي اتکاء لپاره د ویشني ضریب 0 نیول کیږي.

- د ساکني او متحرکي اتکاء لپاره د ویشني ضریب 1 نیول کیږي
- FEM لپاره د ورکړ شوي جدول څخه استفاده وکړي

3) د تعادل حالت برقرار ساتلو لپاره مطلوبه مومنټ محاسبه کول (DEM)

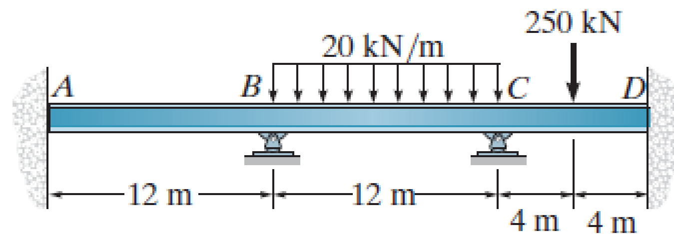
4) د جواینټ پرانستل او مومنټ وصل شویو برخو ته لیږدول

5) مومنټ د Carry over factor سره ضربول

6) Carry over factor په نوموړي میتود کی 1/2+ نیول کیږي.

لومړي مثال:

د ورکړ شوي ګاډر هر اتکایي مومنټ د مومنټ ویشني میتود په زریعه معلوم کړي؟ د EI قیمت ثابت دي.



حل:

لومړي پړاو:

د ګاډر د مختلفو وایو د سخت والي ضریب (Stiffness factor) محاسبه کول

$$K = \frac{4EI}{L}$$

$$K_{AB} = \frac{4EI}{12} \qquad K_{BC} = \frac{4EI}{12} \qquad K_{CD} = \frac{4EI}{8}$$

دوهم پړاو:

د ویشني ضریب (Distribution Factor) محاسبه کول

$$D.F = \frac{K}{\Sigma K}$$

$$DF_{AB} = DF_{DC} = 0 \qquad DF_{BA} = DF_{BC} = \frac{4EI/12}{4EI/12 + 4EI/12} = 0.5$$

$$DF_{CB} = \frac{4EI/12}{4EI/12 + 4EI/8} = 0.4 \quad DF_{CD} = \frac{4EI/8}{4EI/12 + 4EI/8} = 0.6$$

دریم پړاو:

Fixed end moment محاسبه کول

$$(FEM)_{BC} = -\frac{wL^2}{12} = -\frac{20x12^2}{12} = -240KN - m$$

$$(FEM)_{CB} = +\frac{wL^2}{12} = +\frac{20x12^2}{12} = +240KN - m$$

$$(FEM)_{CD} = -\frac{PL}{8} = -\frac{250x8}{8} = -250KN - m$$

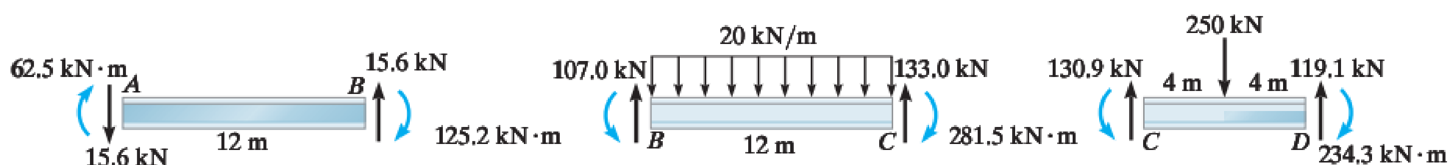
$$(FEM)_{DC} = +\frac{PL}{8} = +\frac{250x8}{8} = +250KN - m$$

څلورم پړاو:

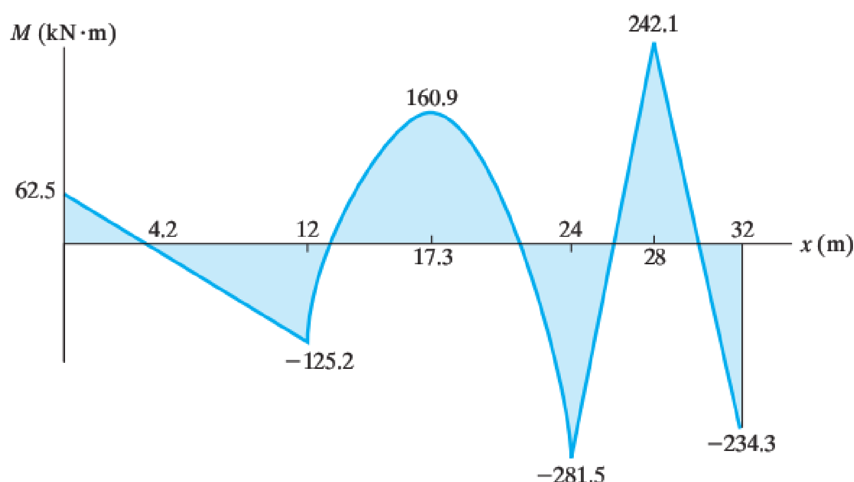
د ترل شویو غوټو پرانستل او په پرله پسي ډول د مومنټونو مقاومتي مومنټ اخیستل او ویشنه.

joint	A	B		C		D
Member	AB	BA	BC	CB	CD	DC
D.F	0	0.5	0.5	0.4	0.6	0
FEM			-240	240	-250	250
DEM		120	120	4	6	
COM	60		2	60		3
DEM		-1	-1	-24	-36	
COM	-0.5		-12	-0.5		-18
DEM		6	6	0.2	0.3	
COM	3		0.1	3		0.2
DEM		-0.05	-0.05	-1.2	-1.8	
COM	-0.02		-0.6	-0.02		-0.9
DEM		0.3	0.3	0.01	0.01	
∑M	62.5	125.2	-125.2	281.5	-281.5	234.3

د هر جواینټ مومنټ محاسبه کولو وروسته د تجمع قاعدی څخه په استفاده اتکایي غبرګونونه محاسبه کیږي.

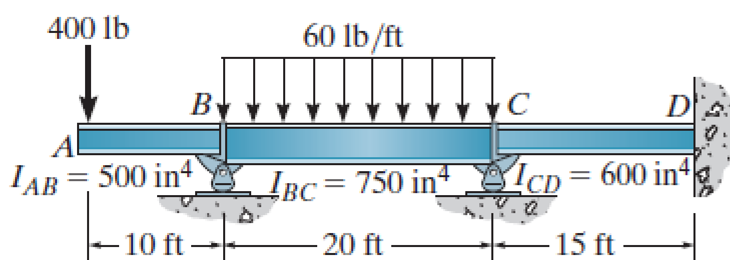


مومنټ دیاګرام



دوهم مثال:

د ورکړې شوي ګاډر هر اتکايي مومنټ د مومنټ ویشني میتود په زریعه معلوم کړي او د انحنايي مومنټ دیاګرام یي رسم کړي؟ د EI قیمت ثابت دي.



حل:

لومړي پړاو:

د ګاډر د مختلفو وایو د سخت والي ضریب (Stiffness factor) محاسبه کول

$$K_{BC} = \frac{4E(750)}{20} = 150E \qquad K_{CD} = \frac{4E(600)}{15} = 160E$$

دوهم پړاو:

د ویشني ضریب (Distribution Factor) محاسبه کول

$$D.F = \frac{K}{\Sigma K}$$

$$DF_{BC} = 1 - (DF)_{BA} = 1 - 0 = 1$$

$$DF_{CB} = \frac{150E}{150E + 160E} = 0.484$$

$$DF_{CD} = \frac{160E}{150E + 160E} = 0.516$$

$$DF_{DC} = \frac{160E}{\infty + 160E} = 0$$

دریم پړاو:

Fixed end moment محاسبه کول

$$(FEM)_{BA} = 400\ \text{lb}(10\ \text{ft}) = 4000\ \text{lb}\cdot\text{ft}$$

$$(FEM)_{BC} = -\frac{wL^2}{12} = -\frac{60(20)^2}{12} = -2000\ \text{lb}\cdot\text{ft}$$

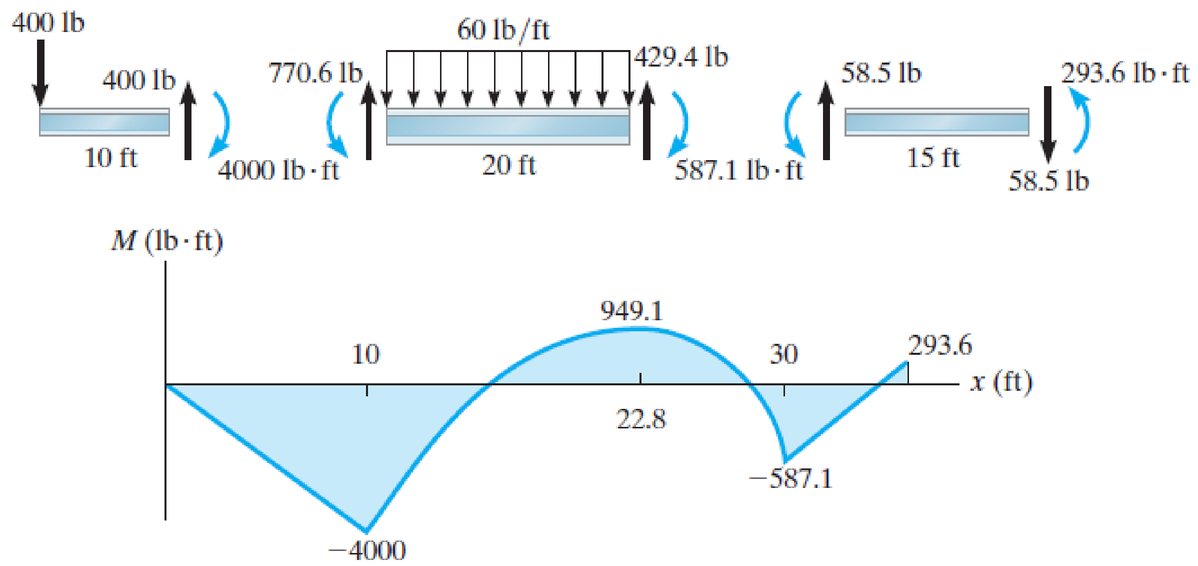
$$(FEM)_{CB} = \frac{wL^2}{12} = \frac{60(20)^2}{12} = 2000\ \text{lb}\cdot\text{ft}$$

څلورم پړاو:

د تړل شویو غوټو پرانستل او په پرله پسي ډول د مومنټونو مقاومتي مومنټ اخیستل او ویشنه

Joint	B		C		D
Member		BC	CB	CD	DC
DF	0	1	0.484	0.516	0
FEM	4000	−2000	2000		
Dist.		−2000	−968	−1032	
CO		−484	−1000		−516
CO		−58.6	−121		−62.4
Dist.		58.6	58.6	62.4	
CO		29.3	29.3		31.2
Dist.		−29.3	−14.2	−15.1	
CO		−7.1	−14.6		−7.6
Dist.		7.1	7.1	7.6	
CO		3.5	3.5		3.8
Dist.		−3.5	−1.7	−1.8	
CO		−0.8	−1.8		−0.9
Dist.		0.8	0.9	0.9	
CO		0.4	0.4		0.4
Dist.		−0.4	−0.2	−0.2	
CO		−0.1	−0.2		−0.1
Dist.		0.1	0.1	0.1	
ΣM	4000	−4000	587.1	−587.1	−293.6

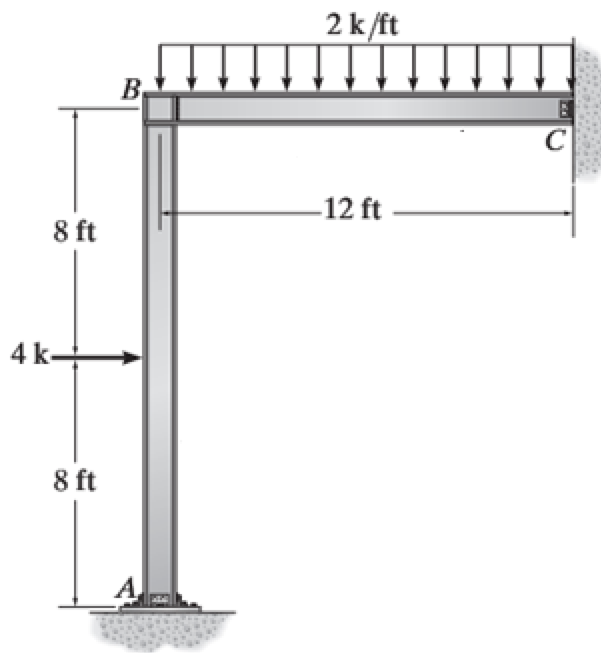
د مومنټ دیاګرام


400 lb
400 lb
10 ft
4000 lb · ft
770.6 lb
60 lb/ft
20 ft
429.4 lb
587.1 lb · ft
58.5 lb
15 ft
58.5 lb
293.6 lb · ft
M (lb · ft)
949.1
10
30
293.6
x (ft)
22.8
−587.1
−4000

د چوکاټونو تحلیل (Analysis of Frames)

دریم مثال:

د لاندي ورکړ شوي چوکاټ د هري غوټي مومنټونه محاسبه کړي او د انحنايي مومنټ دیاګرام یې رسم کړي.A سخته او C پن اتکاء ده. د EI قیمت ثابت دی



حل:

لومړي پړاو:

د ګاډر د مختلفو وایو د سخت والي ضریب (Stiffness factor) محاسبه کول

$$K_{AB} = \frac{4\mathrm{EI}}{\mathrm{L}_1} = \frac{4EI}{16}$$

$$K_{BC} = \frac{4\mathrm{EI}}{\mathrm{L}_2} = \frac{4\mathrm{EI}}{12}$$

دوهم پړاو:

د ويشني ضريب (Distribution Factor) محاسبه کول

$$D.F = \frac{K}{\Sigma K}$$

$$(D.F)_{AB} = 0$$

$$(D.F)_{BA} = \frac{\frac{4EI}{L_1}}{\frac{4EI}{L_1} + \frac{4EI}{L_2}} = \frac{4EI(\frac{1}{L_1})}{4EI(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2})} = \frac{(\frac{1}{L_1})}{(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2})} = \frac{(\frac{1}{16})}{(\frac{1}{16} + \frac{1}{12})} = 0.43$$

$$(D.F)_{BC} = 0.57$$

$$(D.F)_{CB} = 1$$

دريم پړاو:

سخت انجامي مومنټ محاسبه کول

$(FEM)_{AB} = -\frac{(4)(16)}{8} = -8\ k-ft$

$(FEM)_{BA} = 8$ k-ft

$FEM)_{BC} = \frac{(2)(12)^2}{12} = -24\ k-ft$

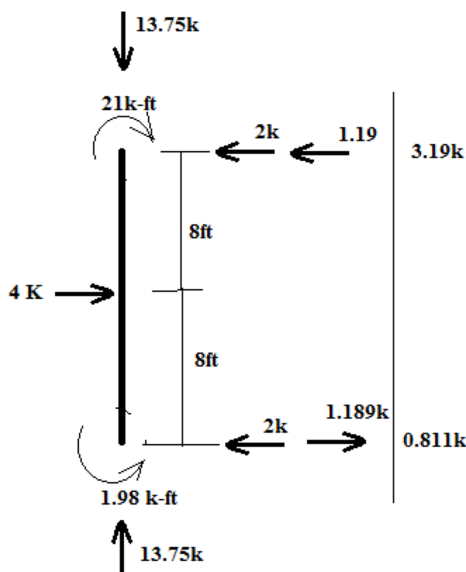
$FEM)_{CB} = 24$ k-ft

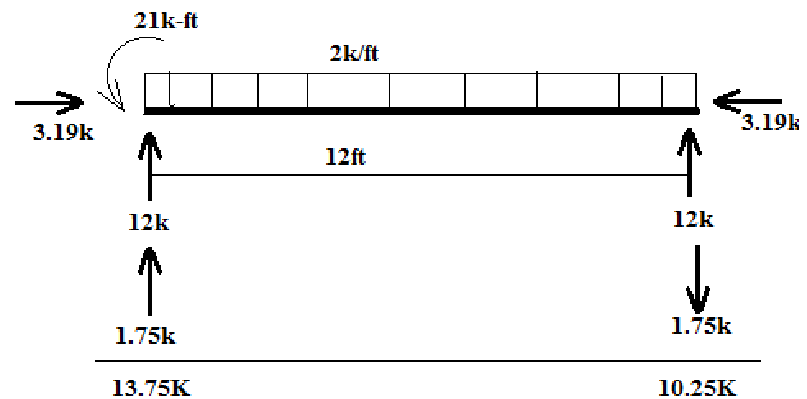
خلورم پړاو:

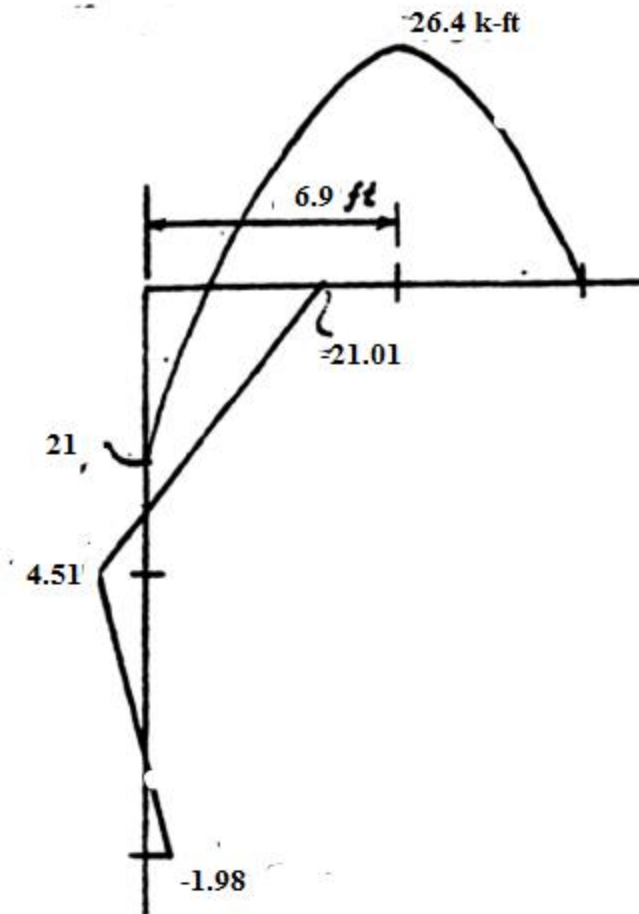
د ترړل شویو غوټو پرانستل او په پرله پسي ډول د مومنټونو مقاومتي مومنټ اخیستل او ویشنه

joint	A	B		C
Member	AB	BA	BC	CB
D.F	0	0.43	0.57	1
FEM	-8	8	-24	24
DEM		6.88	9.12	-24
COM	3.44		-12	4.56
DEM		5.16	6.84	-4.56
COM	2.58		-2.28	3.42
DEM		0.9804	1.2996	-3.42
∑M	-1.98	21.0204	-21.0204	0

د اتکایي غبرګونونو محاسبه

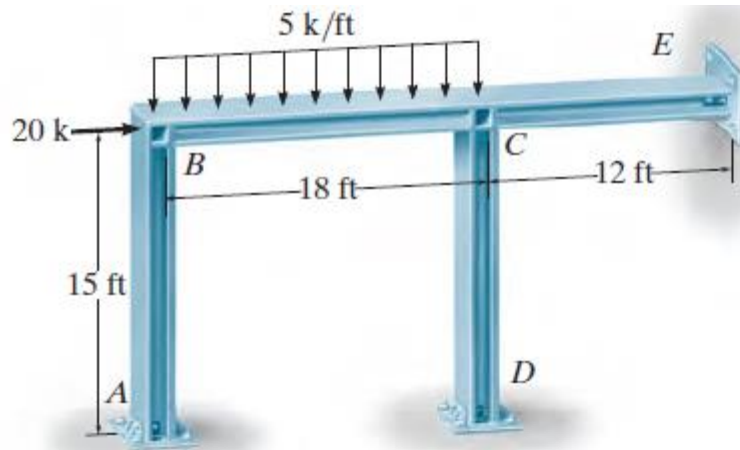





26.4 k-ft
6.9 ft
-21.01
21
4.51
-1.98

خلورم مثال:

د ورکړ شوي چوکاټ د هر جواینټ د اخلی مومنټ محاسبه کړي؟ A اتکاء سخته ، D او E پن ده.د EI قیمت ثابت دي



حل:

لومړي پړاو:

د ګاډر د مختلفو وایو د سخت والي ضریب (Stiffness factor) محاسبه کول

$$K_{AB} = \frac{4EI}{15} \qquad K_{BC} = \frac{4EI}{18} \qquad K_{CD} = \frac{3EI}{15} \qquad K_{CE} = \frac{3EI}{12}$$

دوهم پړاو:

د ویشني ضریب (Distribution Factor) محاسبه کول

$$D.F = \frac{K}{\Sigma K}$$

$$DF_{AB} = 0$$

$$DF_{BA} = \frac{4EI/15}{4EI/15 + 4EI/18} = 0.545$$

$$DF_{BC} = 1 - 0.545 = 0.455$$

$$DF_{CB} = \frac{4EI/18}{4EI/18 + 3EI/15 + 3EI/12} = 0.330$$

$$DF_{CD} = \frac{3EI/15}{4EI/18 + 3EI/15 + 3EI/12} = 0.298$$

$$DF_{CE} = 1 - 0.330 - 0.298 = 0.372$$

$$DF_{DC} = 1 \qquad DF_{EC} = 1$$

دریم پړاو:

سخت انجامي مومنټ محاسبه کول

$$(FEM)_{BC} = \frac{-wL^2}{12} = \frac{-5(18)^2}{12} = -135 \text{ k} \cdot \text{ft}$$

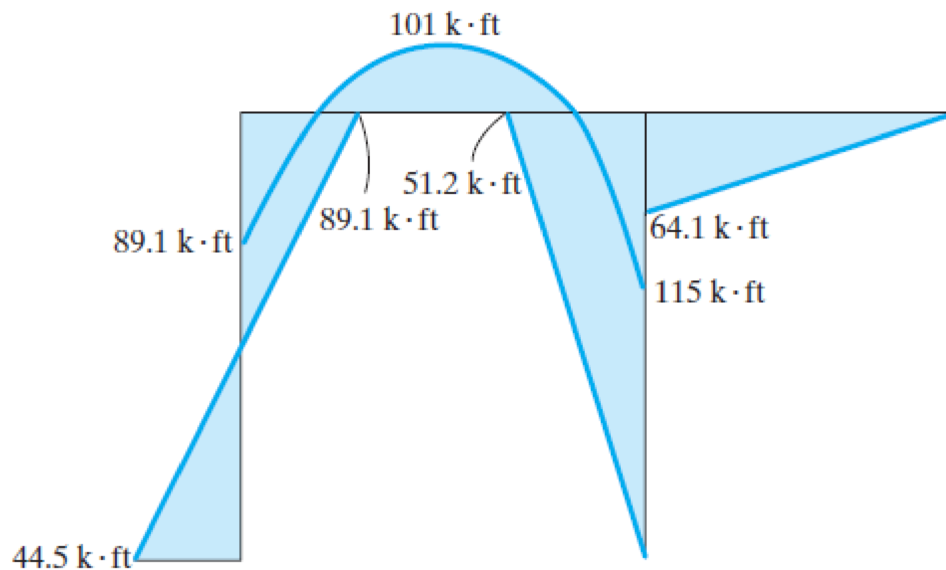
$$(FEM)_{CB} = \frac{wL^2}{12} = \frac{5(18)^2}{12} = 135 \text{ k} \cdot \text{ft}$$

څلورم پړاو:

د ټرل شویو غوټیو پرانستل او په پرله پسي ډول د مومنټونو مقاومتي مومنټ اخیستل او ویشنه

Joint	A	B		C			D	E
Member	AB	BA	BC	CB	CD	CE	DC	EC
DF	0	0.545	0.455	0.330	0.298	0.372	1	1
FEM			−135	135				
Dist.		73.6	61.4	−44.6	−40.2	−50.2		
CO	36.8		−22.3	30.7				
Dist.		12.2	10.1	−10.1	−9.1	−11.5		
CO	6.1		−5.1	5.1				
Dist.		2.8	2.3	−1.7	−1.5	−1.9		
CO	1.4		−0.8	1.2				
Dist.		0.4	0.4	−0.4	−0.4	−0.4		
CO	0.2		−0.2	0.2				
Dist.		0.1	0.1	−0.1	0.0	−0.1		
ΣM	44.5	89.1	−89.1	115	−51.2	−64.1		

د عرضي قوي انحنايي مومنټ دياګرام

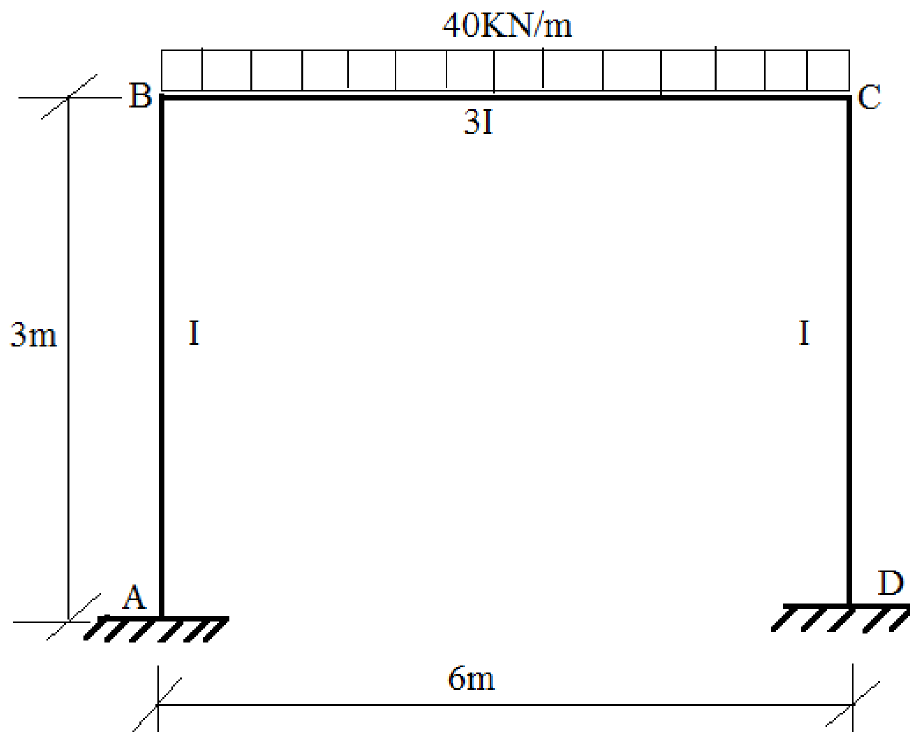


کني میتود (Kani Method)

نوموړي میتود په کال ۱۹۴۷ کي د پروفیسور ګسپر کني کوم چي د المان اوسیدونکی وو ، لخوااخذ شوي.نوموړي میتود د مومنټ ویشني میتود کوم چي هارډی کراس په ۱۹۳۰ کي د چوکاټونو تحلیل لپاره وضع کړي وه ، یو ساده شکل دی.

مثال:1

لاندي ورکړ شوی چوکاټ په کني میتود تحلیل کړي او دانحنایي مومنټ دیاګرام یي رسم کړي.



حل:

لومړي پړاو: Fixed end moment محاسبه کول

$$(FEM)_{AB}= (FEM)_{BA}= (FEM)_{BC}= (FEM)_{CB} = 0$$

$$(FEM)_{BC} = \frac{wl^2}{12} = \frac{-40x3^2}{12} = -120KN\text{-}m$$

$$(FEM)_{CB} = \frac{wl^2}{12} = \frac{40x3^2}{12} = +120KN\text{-}m$$

دوهم پړاو: Rotation Factor

Relative stiffness: کله چي ساختمان د یو ډول مواو څخه جوړ وي په داسي حال کي د فورمول څخه 4E حذف کيږي $K_R = \frac{I}{L}$.

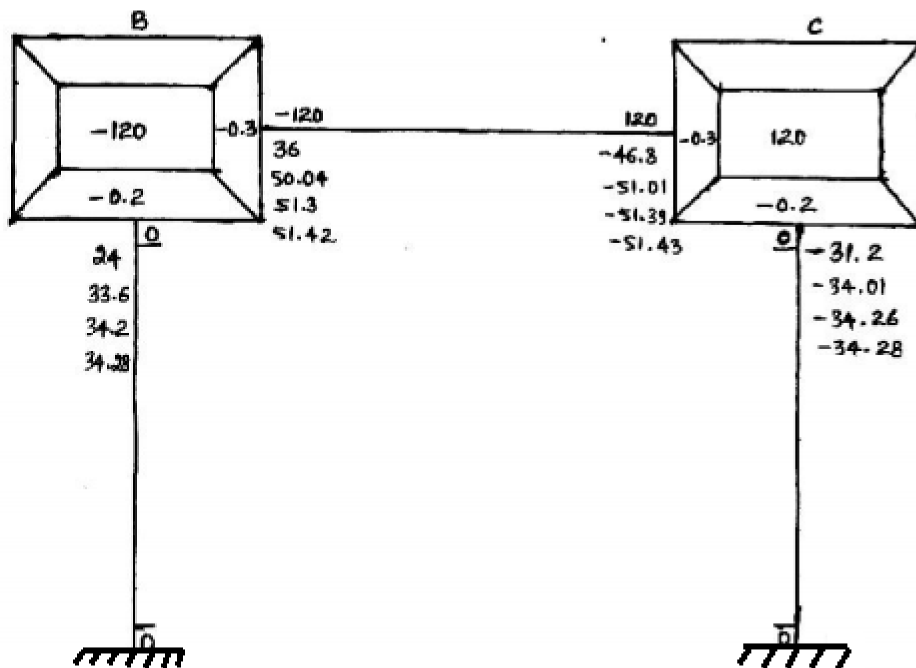
Joint	Member	Relative Stiffness (k)	Σk	Rotation factor = -½k/Σk
B	BC BA	3I/6 = 0.5I I/3 = 0.33I	0.83I	-0.3 -0.2
C	CB CD	3I/6 = 0.5I I/3 = 0.33I	0.83I	-0.3 -0.2

دريم پړاو: د سخت انجامي مومنتونو مجموعه

$$\sum(FEM)_B = (FEM)_{BC} + (FEM)_{BA} = -120 + 0 = -120$$

$$\sum(FEM)_C = (FEM)_{CB} + (FEM)_{CD} = +120 + 0 = +120$$

څلورم پړاو:



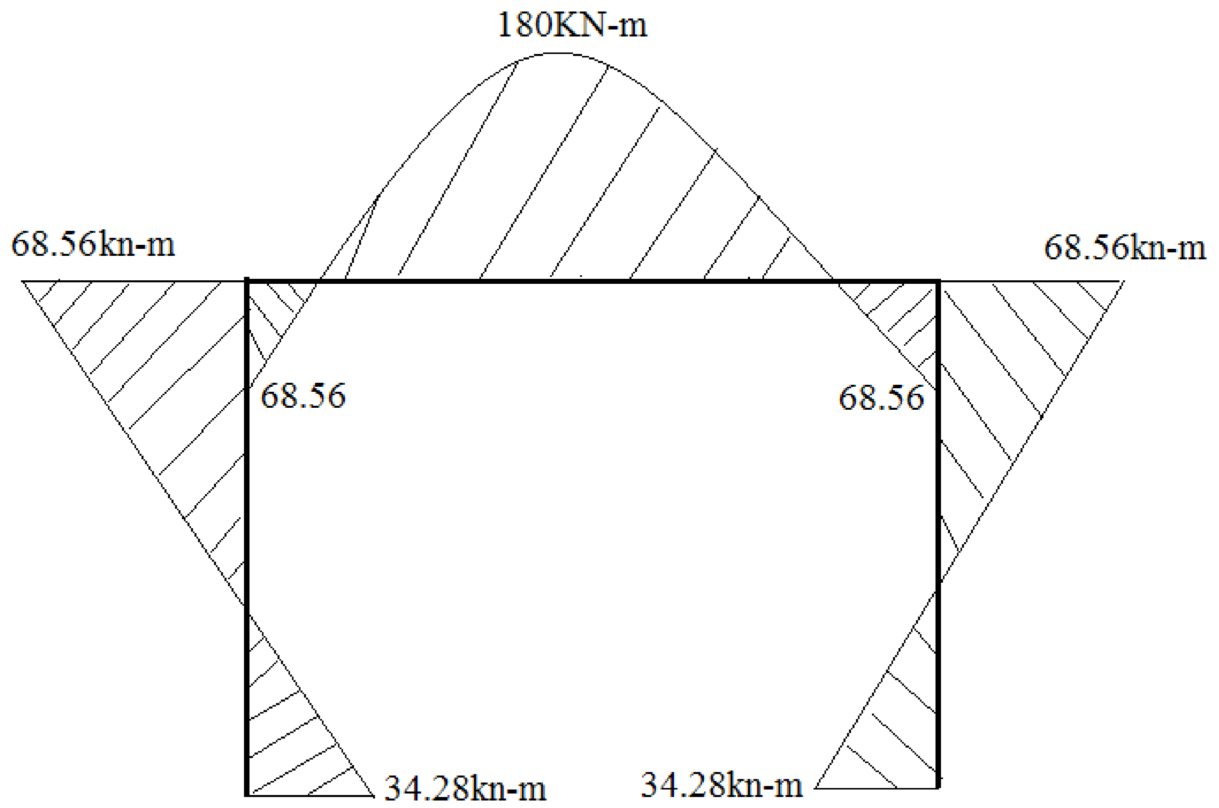
پورته جدول کي ورکړ شوي تفصيلات په لاندي شکل کي ښودل شوي.

Joint	B		C	
Rotation Contribution	**M'_{BA}**	**M'_{BC}**	**M'_{CB}**	**M'_{CD}**
Rotation Factor	**-0.2**	**-0.3**	**-0.3**	**-0.2**
Iteration 1 stated with end B taking M'_{AB}=0 and assuming M'_{CB}=0	-0.2(-120+0) =24	-0.3(-120+0) =36	-0.2(120+36+0) = -46.8	-0.2(120+36+0) = -31.2
Iteration 2	-0.2(-120-46.8) =33.6	-0.3(-120-46.8) =50.04	-0.3(120+50.04) = -51.01	-0.2(120+50.04) = -34.01
Iteration 3	-0.2(-120-51.01) =34.2	-0.3(-120-51.01) =51.3	-0.3(120+51.3) = -51.39	-0.2 (120+51.3) = -34.26
Iteration 4	-0.2(-120-51.39) =34.28	-0.3(-120-51.39) =51.42	-0.3(120+51.42) = -51.43	-0.2 (120+51.42) = -34.28

پنځم پړاو: اخرني مومنتونه

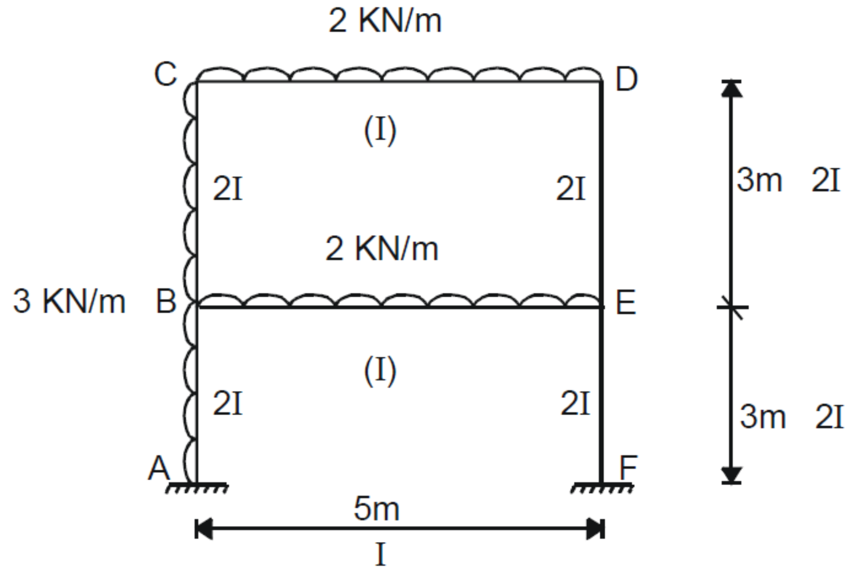
Member (ij)	(FEM)ij	$2M'_{ij}$ (kNm)	M'_{ji} (kNm)	Final moment = $M_{Fij} + 2M'_{ij} + M'_{ji}$ (kNm)
AB	0	0	34.28	34.28
BA	0	2 x 34.28	0	68.56
BC	-120	2 x 51.42	-51.43	-68.59
CB	120	2 x (-51.43)	51.42	68.56
CD	0	2 x (-34.28)	0	-68.56
DC	0	0	-34.28	-34.28

شپږم پړاو: مومنټ دیاګرام



مثال:2

لاندي ورکړ شوی چوکاټ په کني میتود تحلیل کړي .



حل:

لومړي پړاو: Fixed end moment محاسبه کول

$$(FEM)_{AB} = \frac{wl^2}{12} = \frac{3x3^2}{12} = +2.25KN\text{-}m$$

$$(FEM)_{BA} = \frac{wl^2}{12} = -\frac{3x3^2}{12} = -2.25KN\text{-}m$$

$$(FEM)_{BC} = \frac{wl^2}{12} = +\frac{3x3^2}{12} = +2.25KN\text{-}m$$

$$(FEM)_{CB} = \frac{wl^2}{12} = -\frac{3x3^2}{12} = -2.25KN\text{-}m$$

$$(FEM)_{CD} = \frac{wl^2}{12} = \frac{2x5^2}{12} = 4.17KN\text{-}m$$

$$(FEM)_{DC} = \frac{wl^2}{12} = -\frac{2x5^2}{12} = -4.17KN - m$$

$$(FEM)_{BE} = \frac{wl^2}{12} = \frac{2x5^2}{12} = 4.17KN\text{-}m$$

$$(FEM)_{EB} = \frac{wl^2}{12} = -\frac{2x5^2}{12} = -4.17KN - m$$

$$(FEM)_{DE} = (FEM)_{ED} = 0$$

$$(FEM)_{EF} = (FEM)_{FE} = 0$$

دوهم پړاو: Rotation Factor

Relative stiffness: کله چي ساختمان د يو ډول مواو څخه جوړ وي په داسي حال کي د فورمول $K_R = \frac{I}{L}$. څخه 4E حذف کيږي

joint	Member	Relative stiffness (K)	∑K	Rotation Factor = $-\frac{\frac{1}{2}K}{\sum K}$
B	BA BC BE	2I/3=0.67(I) 2I/3=0.67(I) I/5=0.2(I)	1.54(I)	-0.217 -0.217 -0.065
C	CB CD	2I/3=0.67(I) I/5=0.2(I)	0.87(I)	-0.385 -0.115
D	DE DC	2I/3=0.67(I) I/5=0.2(I)	0.87(I)	-0.385 -0.115
E	EF ED EB	2I/3=0.67(I) 2I/3=0.67(I) I/5=0.2(I)	1.54(I)	-0.217 -0.217 -0.065

دريم پړاو: د سخت انجامي مومنتونو مجموعه

$$\sum(FEM)_B = (FEM)_{BA} + (FEM)_{BC} + (FEM)_{BE} = -2.25 + 2.25 + 4.17 = 4.17$$

$$\sum(FEM)_C = (FEM)_{CB} + (FEM)_{CD} = -2.25 + 4.17 = 1.92$$

$$\sum(FEM)_D = (FEM)_{DE} + (FEM)_{DC} = 0 - 4.17 = - 4.17$$

$$\sum(FEM)_E = (FEM)_{EF} + (FEM)_{ED} + (FEM)_{EB} = 0 + 0 - 4.17 = -4.17$$

څلورم پړاو:

د خطي بی ځایکیدني ضریب (Linear displacement Factor)

د يو پوړ د ستني د خطي اوړدوالي ضريب د لاندي فورمول په واسطه محاسبه کيږي

$$L.D.F = -\frac{3}{2}\frac{K}{\sum K}$$

په فورمول کی K د د ستني د سختوالي ضريب (Stiffness Factor) دي. $\sum K$ د ضريبونو مجموعه ده.کله چې د دواړو پوړونو د ستنو ابعاد سره يو شان وي په داسي حال کي د EI قيمت تغير نه کوي.

$K_{AB} = 0.67(I)$ د لومړي پوړ ستنه

$K_{BC} = 0.67(I)$ د دوهم پوړ ستنه

$$L.D.F_1 = -\frac{3}{2}X\frac{0.67(I)}{0.67(I)+0.67(I)}$$

$$\boldsymbol{L.D.F_1 = -0.75}$$

$$L.D.F_2 = -\frac{3}{2}X\frac{0.67(I)}{0.67(I)+0.67(I)}$$

$$\boldsymbol{L.D.F_2 = -0.75}$$

Storey Shear :–

This is, in fact, reaction at the slab or beam level due to horizontal forces. If storey shear causes a (–ve) value of R, it will be (–ve) & vice versa.

For determining storey shear the columns can be treated as simply supported vertical beams.

(1) Storey shear = – 9 KN (For lower or ground story. At the slab level of ground story)
(2) Storey shear = – 4.5 (For upper story). At the slab level of upper story root)

Storey Moment (S.M) :–

S.M. = Storey shear + h/3 where h is the height of that storey.

$SM_1 = -9 \times \frac{3}{3} = -9$ (lower story)

$S.M_2 = -4.5 \times \frac{3}{3} = -4.5$ (Upper story)

First Cycle :–

Near end contribution = Rotation factor of respective member (Restrained moment + far end contributions).

Joint B = R.F. (4.17)

C = R.F. (1.92 – 0.9)

D = R.F. (– 4.17 – 0.12)

E = R.F. (– 4.17 + 1.65)

After First Cycle :–

Linear Displacement Contribution :–= L.D.F.[Storey moment + Rotation contribution at the end of columns of that storey].

$L.D.C_1 = -0.75\ (-9 - 0.9 + 0.55) = 7$

$L.D.C_2 = -0.75\ (4.5 - 0.9 - 0.39 + 0.55 + 1.65) = 2.7$

For 2nd Cycle And Onwards :–

Near end contribution = R.F.[Restrained moment + Far end contribution + Linear displacement contributions of columns of different storeys meeting at that joint]

Joint B= R.F. (4.17 + 0.16 – 0.39 + 7 + 2.7)

C= ″ (1.92 + 0.49 – 2.96 + 2.7)

D= ″ (– 4.17 – 0.25 + 0.55 + 2.7)

E= ″ (– 4.17 + 0.45 – 0.89 + 2.7 + 7).

After 2nd Cycle :–

$L.D.C_1 = -0.75(-9 - 2.96 - 1.1) = 9.8$

$L.D.C_2 = -0.75(-4.5 - 2.96 - 0.83 - 1.1 + 0.45) = 6.71$

3rd Cycle :–

Joint B= R.F. (4.17 – 0.33 – 0.83 + 9.8 + 6.71)

C= ″ (1.92 + 0.13 – 4.24 + 6.71)

D= ″ (– 4.17 – 1.1 – 0.52 + 6.71)

E= ″ (– 4.17 – 1.27 – 0.35 + 9.8 + 6.71)

After 3rd Cycle :–

$L.D.C_1 = -0.75(-9 - 4.24 - 2.33) = 11.68$

$L.D.C_2 = -0.75(-4.5 - 1.74 - 4.24 - 0.35 - 2.33) = 9.87$

4th Cycle :–

Joint B= R.F. (4.17 – 0.70 – 1.74 + 11.68 + 9.87)

C= ″ (1.92 – 0.11 – 5.05 + 9.87)

D= ″ (– 4.17 – 0.76 – 2.33 + 9.87)

E= ″ (– 4.17 – 1 – 1.51 + 9.87 + 11.68).

After 4th Cycle :–

$L.D.C_1 = -0.75 (-9 - 5.05 - 3.23) = 12.96$

$L.D.C_2 = -0.75 (-4.5 - 5.05 - 2.55 - 1.00 - 3.23) = 12.25$

5th Cycle :–

Joint B= R.F. (4.17 – 0.97 – 2.55 + 12.25 + 12.96)

C= ″ (1.92 – 0.3 – 5.61 + 12.25)

D= ″ (– 4.17 – 0.95 – 3.23 + 12.25)

E= ″ (– 4.17 – 1.5 – 1.68 + 12.25 + 12.96)

After 5th Cycle :–

$L.D.C_1 = -0.75 (-9 - 5.61 - 3.88) = 13.87$ (ground storey)

$L.D.C_2 = -0.75 (-4.5 - 5.61 - 3.18 - 1.5 - 3.88) = 14$ (First Floor)

6th Cycle :–

Joint B = R.F. (4.17 – 1.16 – 3.18 + 14 + 13.87)

C = ″ (1.92 – 0.05 – 6 + 14)

D = ″ (– 4.17 – 3.88 – 1.09 + 14)

E = ″ (– 4.17 – 1.87 – 1.68 + 14 + 13.87)

After 6th Cycle :–

$$L.D.C_1 = -0.75\ (-9 - 6 - 4.37) = 14.53$$

$$L.D.C_2 = -0.75\ (-4.5 - 6 - 3.65 - 1.87 - 4.37) = 15.3$$

7th Cycle :–

Joint B = R.F. (4.17 – 1.31 – 3.65 + 15.3 + 14.53)

C = ″ (1.92 – 0.56 – 6.30 + 15.3)

D = ″ (– 4.17 – 1.19 – 4.37 + 15.3)

E = ″ (– 4.17 – 1.89 – 2.14 + 15.3 + 14.53)

After 7th Cycle :–

$$L.D.C_1 = -0.75\ (-9 - 6.30 - 4.69) = 14.99$$

$$L.D.C_2 = -0.75\ (-4.5 - 6.3 - 3.99 - 2.14 - 4.69) = 16.21$$

8th Cycle :–

Joint B = R.F. (4.17 – 1.41 – 3.99 + 16.21 + 14.99)

C = ″ (1.92 – 6.5 – 0.64 + 16.21)

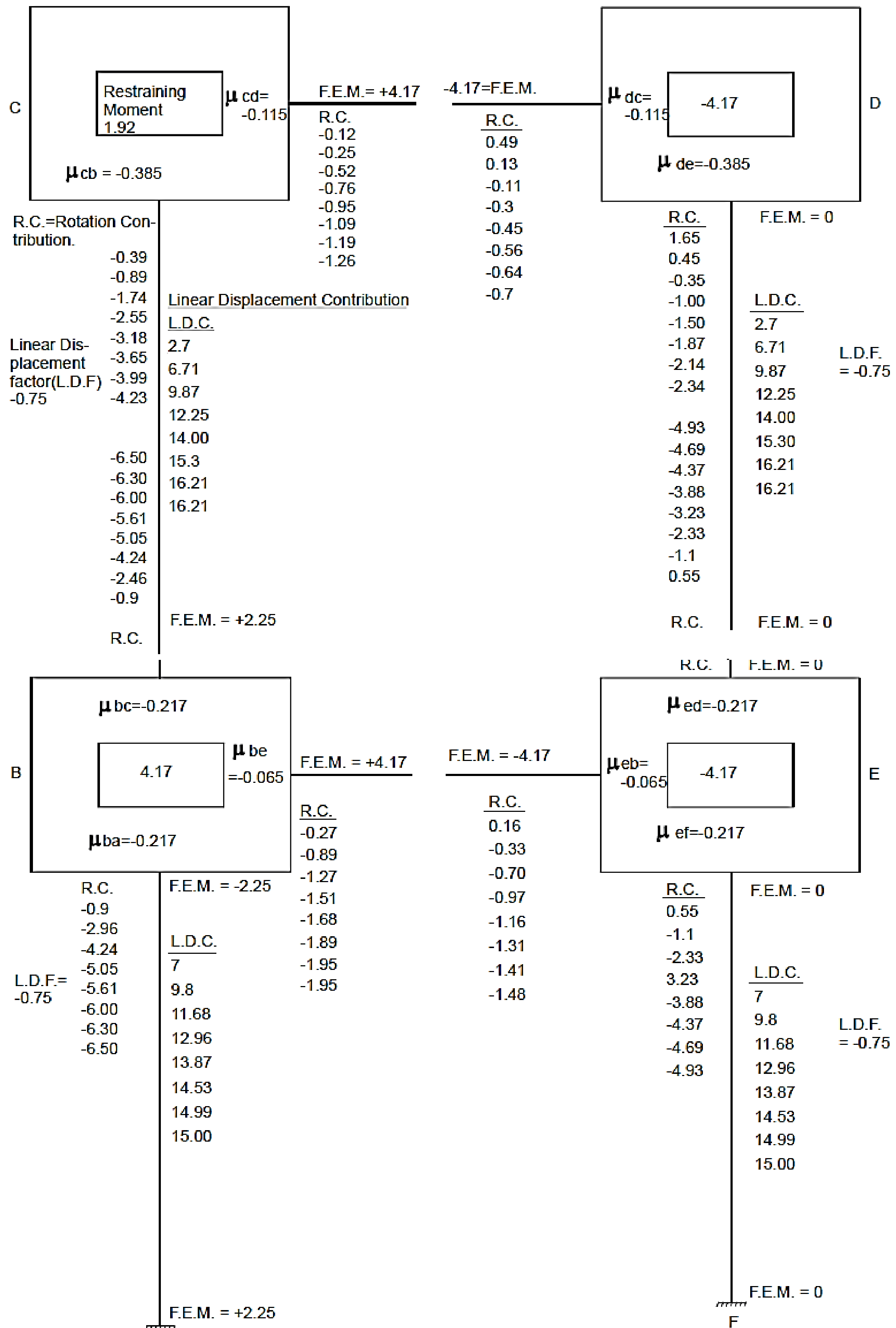
D = ″ (– 4.17 – 4.69 – 1.26 + 16.21)

E = ″ (– 4.17 – 2.34 – 1.95 + 16.21 + 14.99)

After 8th Cycle :–

$$L.D.C_1 = -0.75\ (-9 - 6.5 - 4.93) \cong 15$$

$$L.D.C_2 = -0.75\ (-4.5 - 6.5 - 4.23 - 4.93 - 2.34). \cong 16.21$$


C
Restraining Moment 1.92
μ cd= -0.115
μ cb = -0.385
F.E.M.= +4.17
R.C.
-0.12
-0.25
-0.52
-0.76
-0.95
-1.09
-1.19
-1.26
-4.17=F.E.M.
R.C.
0.49
0.13
-0.11
-0.3
-0.45
-0.56
-0.64
-0.7
D
μ dc= -0.115
-4.17
μ de=-0.385
R.C.=Rotation Contribution.
-0.39
-0.89
-1.74
-2.55
-3.18
-3.65
-3.99
-4.23
Linear Displacement factor(L.D.F) -0.75
-6.50
-6.30
-6.00
-5.61
-5.05
-4.24
-2.46
-0.9
R.C.
Linear Displacement Contribution
L.D.C.
2.7
6.71
9.87
12.25
14.00
15.3
16.21
16.21
F.E.M. = +2.25
R.C.
1.65
0.45
-0.35
-1.00
-1.50
-1.87
-2.14
-2.34
-4.93
-4.69
-4.37
-3.88
-3.23
-2.33
-1.1
0.55
R.C.
F.E.M. = 0
L.D.C.
2.7
6.71
9.87
12.25
14.00
15.30
16.21
16.21
L.D.F. = -0.75
F.E.M. = 0
R.C.
F.E.M. = 0
B
μ bc=-0.217
4.17
μ be =-0.065
μ ba=-0.217
F.E.M. = +4.17
R.C.
-0.27
-0.89
-1.27
-1.51
-1.68
-1.89
-1.95
-1.95
F.E.M. = -4.17
R.C.
0.16
-0.33
-0.70
-0.97
-1.16
-1.31
-1.41
-1.48
E
μ ed=-0.217
μ eb= -0.065
-4.17
μ ef=-0.217
R.C.
-0.9
-2.96
-4.24
-5.05
-5.61
-6.00
-6.30
-6.50
L.D.F.= -0.75
F.E.M. = -2.25
L.D.C.
7
9.8
11.68
12.96
13.87
14.53
14.99
15.00
F.E.M. = +2.25
A
R.C.
0.55
-1.1
-2.33
3.23
-3.88
-4.37
-4.69
-4.93
F.E.M. = 0
L.D.C.
7
9.8
11.68
12.96
13.87
14.53
14.99
15.00
L.D.F. = -0.75
F.E.M. = 0
F

joint	B			C		D		E		
Rotation Contribution	M'_{BA}	M'_{BC}	M'_{BE}	M'_{CB}	M'_{CD}	M'_{DE}	M'_{DC}	M'_{EF}	M'_{ED}	M'_{EB}
Rotation Factor	-0.217	-0.217	-0.065	-0.385	-0.115	-0.385	-0.115	-0.217	-0.217	-0.065
FEM	4.17			1.92		-4.17		-4.17		
Cycle-1	-0.217(4.17) = -0.9	-0.217(4.17) = -0.9	-0.065(4.17) = -0.27	-0.385(1.92-0.9) = -0.39	-0.115(1.92-0.9) = -0.12	-0.385(-4.17-0.12) = 1.65	-0.115(-4.17-0.12) = 0.49	-0.217(-4.17+1.65) = 0.55	-0.217(-4.17+1.65) = 0.55	-0.065(-4.17+1.65) = 0.16
Cycle-2	-0.217(4.17+0.16-0.39+7+2.7) = -2.96	-0.217(13.64) = -2.96	-0.065(13.64) = -0.89	-0.385(1.92-2.96+0.49+2.7) = -0.89	-0.115(1.92-2.96+0.49+2.7) = -0.25	-0.385(-4.17-0.25+0.55+2.7) = 0.45	-0.115(-4.17-0.25+0.55+2.7) = 0.13	-0.217(-4.17+0.45-0.89+2.7+7) = -1.1	-0.217(-4.17+0.45-0.89+2.7+7) = -1.1	-0.33
Cycle-3	-4.24	-4.24	-1.27	-1.74	-0.52	-0.35	-0.11	-2.33	-2.33	-0.7
Cycle-4	-5.05	-5.05	-1.51	-2.55	-0.76	-1.0	-0.3	3.23	-3.23	-0.97
Cycle-5	-5.61	-5.61	-1.68	-3.18	-0.95	-1.5	-0.45	-3.88	-3.88	-1.16
Cycle-6	-6.0	-6.0	-1.89	-3.65	-1.09	-1.87	-0.56	-4.37	-4.37	-1.31
Cycle-7	-6.3	-6.3	-1.95	-3.99	-1.19	-2.14	-0.64	-4.69	-4.69	-1.41
Cycle-8	-6.5	-6.5	-1.95	-4.23	-1.26	-2.34	-0.7	-4.93	-4.93	-1.48

پنځم پړاو: اخرني مومنتونه

ګاډر یا سلب:

M_{II} M_{II}

= F.E.M + 2 (near end contribution) + far end contribution of that particular beam or slab.

پایه:

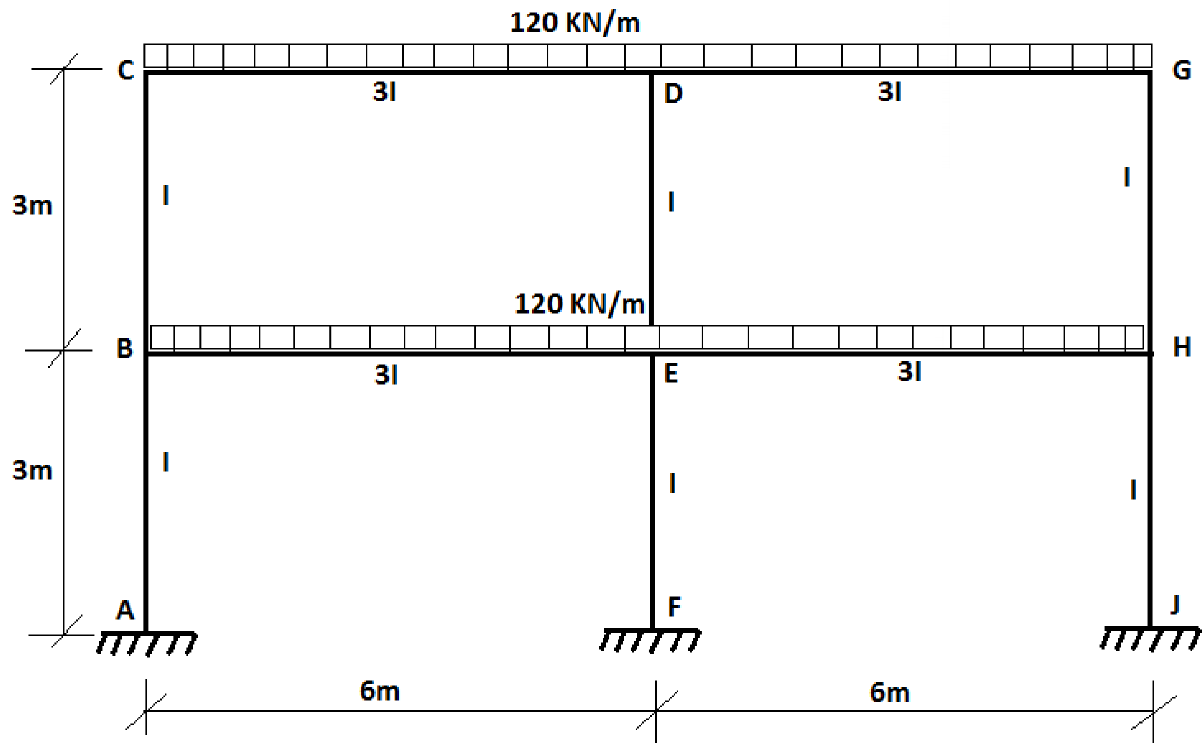
= F.E.M + 2 (near end contribution) + far end contribution of that particular column + L.D.C. of that column. Applying these rules we get the following end moments.

اخرني مومنتونه:

Column Moments	Mab =	2.25 + 2 × 0 – 6.5 + 15	=	+ 10.75 KN–m
	Mba =	– 2.25 – 2 (6.5) – 1 + 15	=	– 0.25 ″
	Mbc =	2.25 – 2 × 6.5 – 4.23 + 16.21	=	+ 1.23 ″
Beam	Mbe =	4.17 – 2 (1.95) – 1.48	=	– 1.21 ″
	Mcb =	– 2.25 – 2 × 4.23 – 6.5 + 16.21	=	– 1 ″
	Mcd =	4.17 – 2 × 1.26 – 0.7	=	+ 0.95≅+1 ″
	Mdc =	– 4.17 – 2 × 0.7 – 1.26	=	– 6.83 ″
	Mde =	0 – 2 × 2.34 – 4.93 + 16.21	=	+ 6.60 ″
	Med =	0 – 2 × 4.93 – 2.34 + 16.21	=	+ 4.01 ″
	Meb =	– 4.17 – 2 × 1.48 – 1.95	=	– 9.08 KN–m
	Mef =	0 – 2 × 4.93 + 15	=	+ 5.14 ″
	Mfe =	0 – 2 × 0 – 4.93 + 15	=	+ 10.07 ″

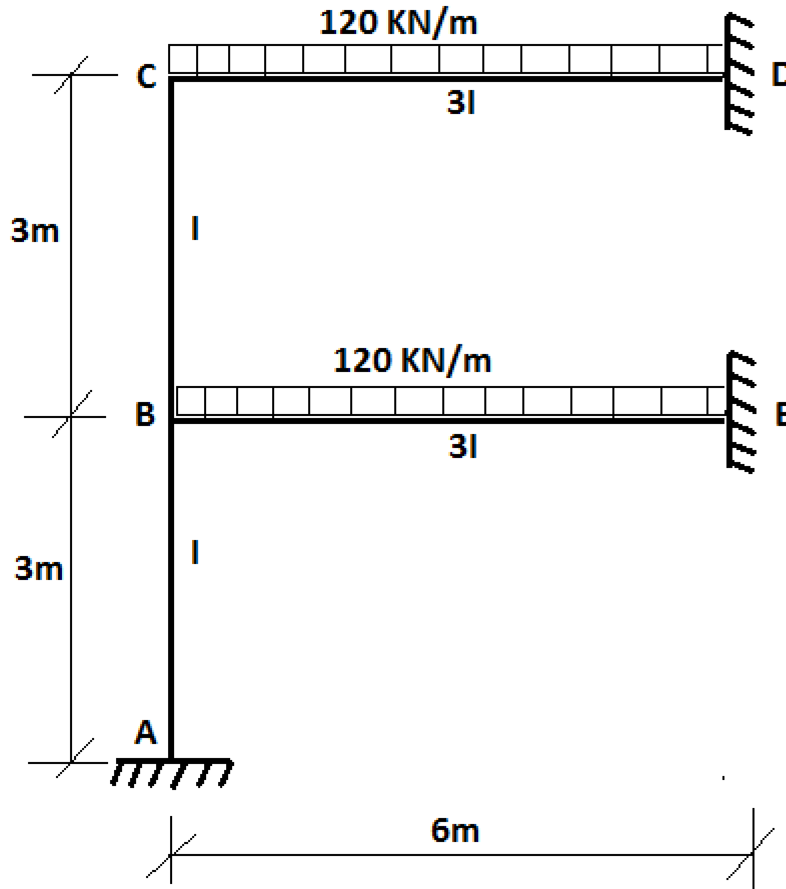
مثال:3

لاندي ورکړ شوی چوکاټ په کني میتود تحلیل کړي ؟ د ورته والي ښخه په استفاده



حل:

دا چي چوکاټ د یو ډول بارونو لاندي واقع دی او تولي وايي سره یو شان دي لهذا نیمایي چوکاټ په تحلیل کولو سره تول مومنتونه په لاس راځي.



لومړي پړاو: Fixed end moment محاسبه کول

$$(FEM)_{AB} = (FEM)_{BA} = (FEM)_{BC} = (FEM)_{CB} = 0$$

$$(FEM)_{BE} = \frac{wl^2}{12} = \frac{-120x6^2}{12} = -360KN\text{-}m$$

$$(FEM)_{CD} = \frac{wl^2}{12} = \frac{-120x6^2}{12} = -360KN\text{-}m$$

دوهم پړاو: Rotation Factor

Relative stiffness: کله چي ساختمان د يو ډول مواو څخه جوړ وي په داسي حال کي

د فورمول څخه 4E حذف کيږي. $K_R = \frac{I}{L}$

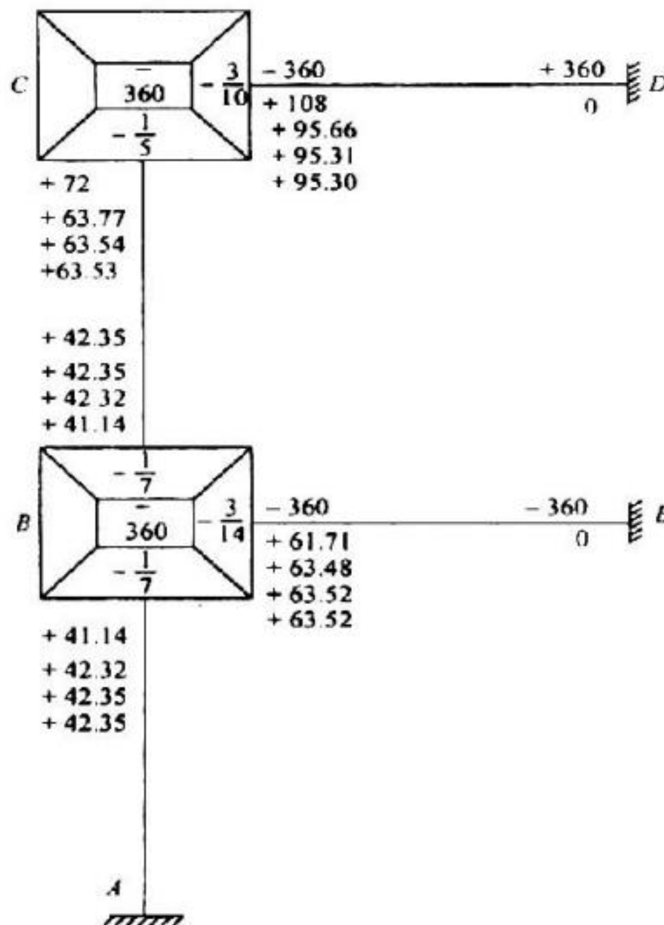
Joint	Member	Relative Stiffness k	Σk	Rotation factors = $-\frac{1}{2}\frac{K}{\Sigma K}$
B	BA	I/3	7I/6	-1/7
	BE	3I/6 = I/2		-3/14
	BC	I/3		-1/7
C	CB	I/3	5I/6	-1/5
	CD	3I/6 = I/2		-3/10

دريم پړاو: د سخت انجامي مومنتهونو مجموعه

$$\sum(FEM)_B = (FEM)_{BE} + (FEM)_{BA} + (FEM)_{BC} = -360 + 0+0 = -360$$

$$\sum(FEM)_C = (FEM)_{CD} + (FEM)_{CB} = -360 + 0 = -360$$

څلورم پړاو:



په ورکړ شوي شکل کي د چوکاټ په B او C جوانيټ د هغه مومنتهونو ويش ښودل شوي کوم چي د جوانيټ سره وصل شوي برخو ته انتقاليږي

نومړي مومنتهونه تر څلورو سايکلو پوري بيول شوي دي

دقيق مومنتهونو لپاره بايد د Cycles شمير زيات وي

د نيمايي چوكاټ اخرني مومنټونه په لاندي شكل كي ښودل شوي .

$M_{AB} = (FEM)_{AB} + 2(M_{ij}) + (M_{ji}) = 0 + 0 + 42.35 = 42.35$

$M_{BA} = (FEM)_{BA} + 2(M_{ij}) + (M_{ji}) = 0 + 2x42.35 + 0 = 84.70$

$M_{BC} = (FEM)_{BC} + 2(M_{ij}) + (M_{ji}) = 0 + 2x42.35 + 63.53 = 148.23$

$M_{CB} = (FEM)_{CB} + 2(M_{ij}) + (M_{ji}) = 0 + 2x63.53 + 42.35 = 169.41$

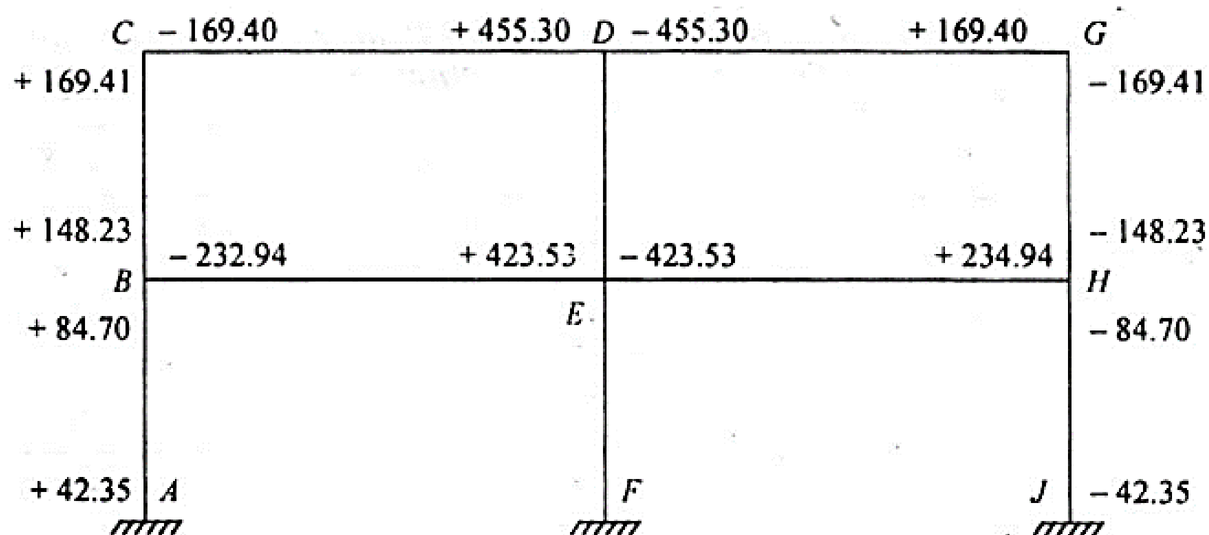
$M_{CD} = (FEM)_{CD} + 2(M_{ij}) + (M_{ji}) = -360 + 2x95.30 + 0 = -169.4$

$M_{DC} = (FEM)_{DC} + 2(M_{ij}) + (M_{ji}) = 360 + 2x0 + 95.3 = 455.3$

$M_{BE} = (FEM)_{BE} + 2(M_{ij}) + (M_{ji}) = -360 + 2x63.52 + 0 = -232.94$

$M_{EB} = (FEM)_{EB} + 2(M_{ij}) + (M_{ji}) = 360 + 2x0 + 63.52 = 423.53$

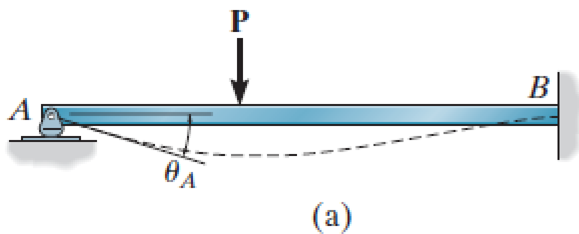
ځرنګه چي مخکښې زكر شوه چي چوكاټ متناظر دى لهذا د نيمايي چوكاټ په تحليلولو سره د ټولو غوټو او غړيو مومنټونه په لاس راځي ، د چوكاټ په نورو برخو كي مومنټونه په لاندي شكل كي ښودل شوي.



څلورم څپرکی :د میلان او کږوپیدني میتود

تعارف (Introduction)

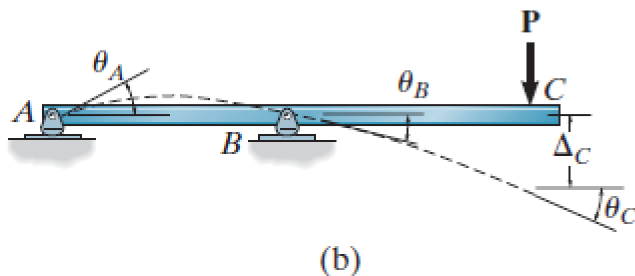
په دي فصل کي د اوږدیدني میتودونو کږنلاره په تفصیل سره تشریح کیږي.ټول ساختمانونه باید د تعادل شرایط پوره کړي تر څو د ساختمان څخه ډیره ګټه واخیستل شي.د تعادل او برابري حالت ترسره کولو لپاره دوه وضع شوي طریقي موجودي دي چي لومړي یي د قوي میتود ده کوم چي د ساختمان مختلف اضافي غبرګونونو اغیزه تر ساختمان څخه لري کوي او په نتیجه کي یي د اغیزمن او مجازي بارونو تر تاثیر لاندي پیدا کیدونکي میلان او یاهم کږوپیدنه د Compatibility equations په شکل کي لیکل کیږي او نامعلومي قواوي لاس ته راوړل کیږی.دوهمه میتود د Displacement میتود په نامه یادیږي، نوموړي میتودلپاره لومړي د تعادل حالت برابرول ضروري وي په داسي حال کي د unknown displacements د لوډ او اوږدیدني تر منځ رابطو په واسطه لاس ته راوړل کیږي او دا رابطي د Displacement محاسبه کولو لپاره حل کیږي



(a)

کله چي Displacements په لاس راشي د نامعلومو اتکایي عکس العملونو پیدا کولو لپار د compatibility equations څخه استفاده کیږي.

Degree of Freedom



(b)

کله چي یو ساختمان د بارونو لاندي واقع کیږي د ساختمان مختلف Nodes نامعلومه اندازه اوږدیدنه یا کږوپیدنه کوي

نومورړي اوړدیدنه د ساختمان د degree of freedom په نامه یادیږي.

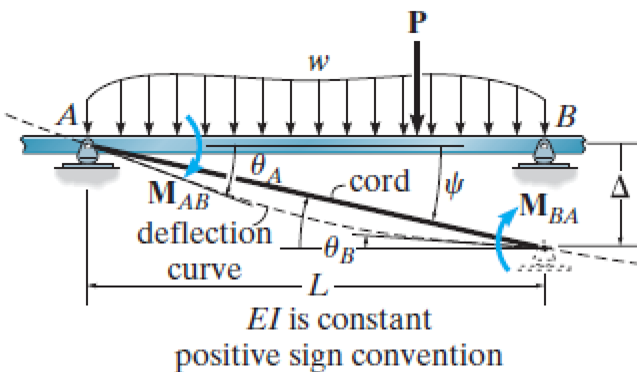
په Displacement میتود کي د degree of freedom مشخص کول لاژمي دی ځکه چي دا Dof په حقیقت کي نامعلوم ارقام دي کوم چي د Displacement میتود په اخره کي لاس ته راځي.

د میلان او کړوپیدني معادلې (Slope and deflection equations)

په تیرو څپرکو کي تشریح شوي میتودونه د کمي درجي نامعین ساختمانونو لپاره ډير په اسانۍ او چټکتیا سره د استعمالیدو وړ وي.د میلان او کړوپیدني میتودد ساختمانونو تحلیل لپاره نسبتاٌ اسانه او مختصره پروسه لري.

عمومي قضیه:

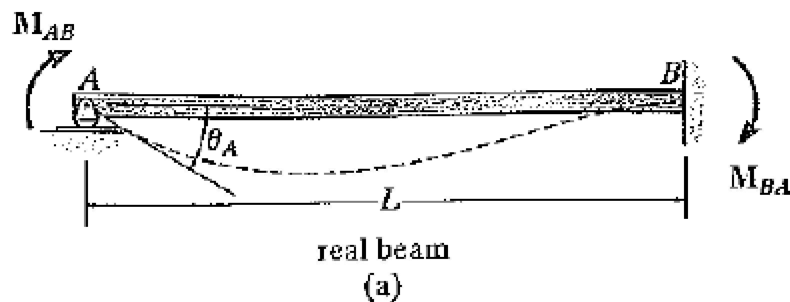
نومورړي میتود د ساختمان په مختلفو ټکو کي نامعلومه میلان او ناسته د وارده بارونو سره پر تړاو کي راولي. د میلان او کړوپیدنۍ عمومي صورت اخذ کولو لپاره په لاندي ورکړ شوي مسلسل ګاډر کي AB برخه په نظر کي نیسو، نومورړي برخه تر ښودل شوي بارونو اغیزي لاندي قرار لري او ثابت EI لري.تر څو د ګاډر انجامي مومنتونه M_{AB} ، M_{BA} او د انجامي نقطو میلان θ_A ، θ_B او Δ سره پر لیکه کړو باید په دی پوهه شو چي نومورړي برخه په دري لورو ازادي لري کوم چي د A ټکي میلان ، د B ټکي میلان او د B ټکي عمودي ناستي څخه عبارت دي.



لاندي اړخ ته ناسته مثبت همدارنګه ساعت د عقربي مطابق مومنتونه او دوراني میلانونه په نومورړي میتود کي مثبت اخیستل کیږي.

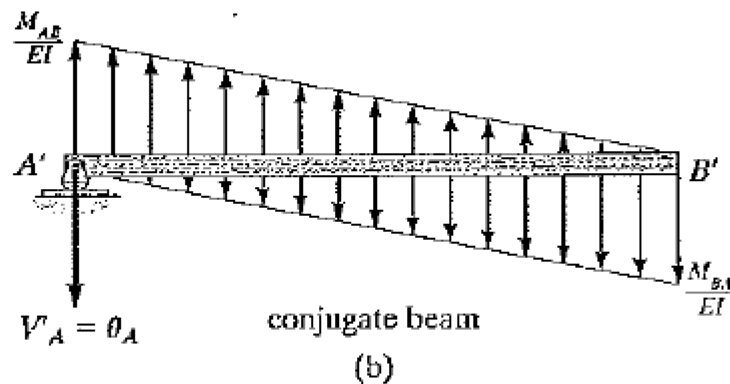
په A ټکي زاویه لرونکي اوړدیدنه (Angular displacement at A , θ_A)

په لاندي ورکړشوي شکل a کي کله چي نوډ A د θ_A په اندازه دوران وکړي او لیری انجامي اتکاء يي سخته نیول شوي وي په داسي حال کي مطلوبه مومنت M_{AB} پیدا کولو لپاره د conjugate beam method څخه استفاده کیږي.



real beam
(a)

د مطلوبه مومنټ M_{AB} پیدا کولو لپاره لومړي باید د ورکړ شوي ګاډر مزدوج ګاډر وکاږل شي کوم چي په لاندي شکل کي ښودل شوي.



conjugate beam
(b)

دا چي V_A' په لاندي جهت کي عمل کوي لهذا میلان θ_A مثبت نیول کیږي.د حقیقي ګاډر د A او B ټکي ناسته (Deflection) څرنګه چي د شکل څخه معلومیږي صفر ده

لهذا د مزدوج ګاډر په نوموړیو ټکو کي د مومنټونو مجموعه هم باید صفر وي. د نورو معلوماتو لپاره د مزدوج ګاډر قضيي وګورئ.

$$\circlearrowleft + \Sigma M_{A'} = 0; \qquad \left[\frac{1}{2}\left(\frac{M_{AB}}{EI}\right)L\right]\frac{L}{3} - \left[\frac{1}{2}\left(\frac{M_{BA}}{EI}\right)L\right]\frac{2L}{3} = 0$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_{B'} = 0; \qquad \left[\frac{1}{2}\left(\frac{M_{BA}}{EI}\right)L\right]\frac{L}{3} - \left[\frac{1}{2}\left(\frac{M_{AB}}{EI}\right)L\right]\frac{2L}{3} + \theta_A L = 0$$

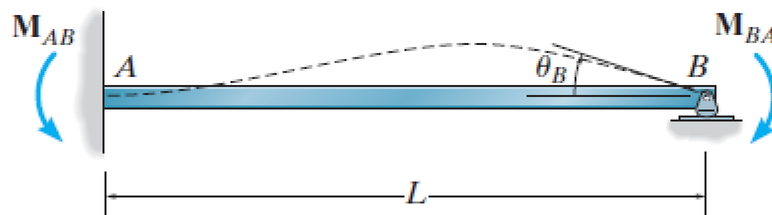
د پورتني معادلو څخه لاندیني نتایج په لاس راځي

$$M_{AB} = \frac{4EI}{L}\theta_A$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L}\theta_A$$

په B ټکي زاویه لرونکي اوړدیدنه (Angular displacement at B , θ_B)

څرنګه چي پورته تشریح شوه کله چي B نقطه د θ_B په اندازه دوراني میلان وکړي او لیري اړخ یي سخت ونیول شي په داسي حال کی مومنت M_{BA} محاسبه کولو لپاره د مزدوج ګاډر میتود استعمالیږي او لاندیني پایلي په لاس راوړل کیږي.



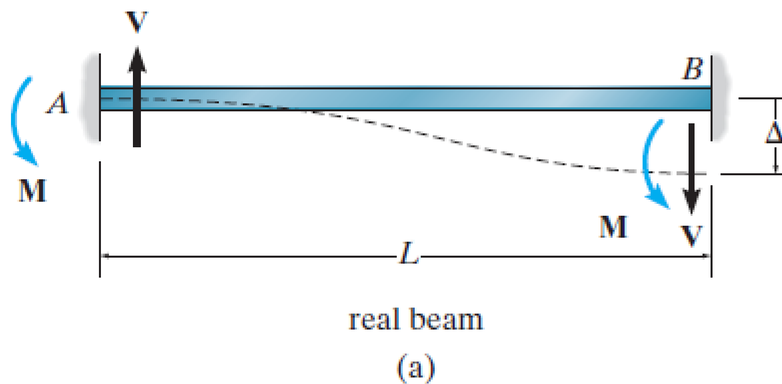
$$M_{BA} = \frac{4EI}{L}\theta_B$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}\theta_B$$

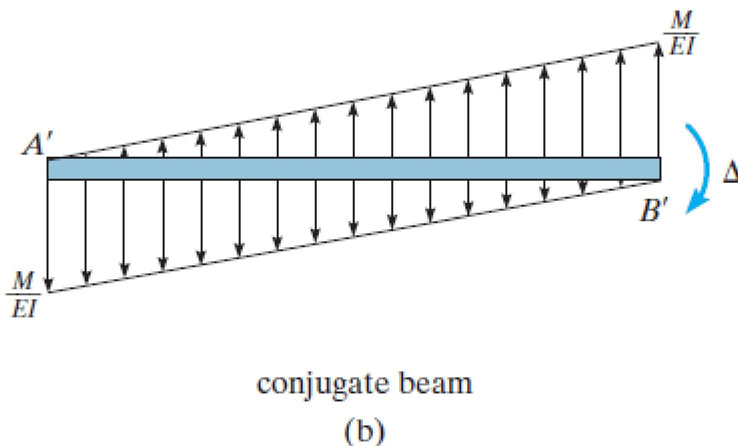
Relative linear displacement Δ

په لاندي ورکړ شوي شکل کي د ګاډر دواړه اتکاګاني سختي نیول شوي په داسي حال کي کله چي د ګاډر B ټکي ته په لاندي جهت کي حرکت ورکول شي او نوموړي نقطه میلان هم پیدا نکړي ، مساوي او مخالف الجهت عرضي قوي او غبرګونونه د ګاډر په داخلي مقطع کي رامینځ ته کیږي.

په نوموړي حالت کي بی ځایکیدنه یا عمودي اوړدیدنه (Displacement) کولی شو د اتکایي مومنتونو سره پر تړاو کي راولو او د مطلوبه مومنتونو لپاره رابطي او معادلي اخذ کړو.



real beam
(a)



conjugate beam
(b)

څرنګه چي مخکښبي تشریح شوه لومړي باید د ګاډر مزدوج ګاډر وکاږل شي او وروسته په مزدوج ګاډر کي د ومنتونو په صفر کولو

سره د مطلوبه مومنتونو معادلي وليکل شي.

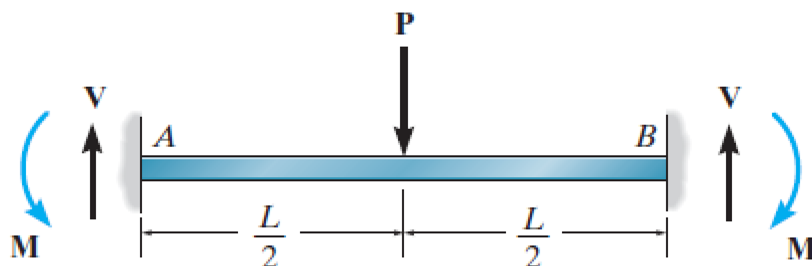
$$\circlearrowleft + \Sigma M_{B'} = 0; \qquad \left[\frac{1}{2}\frac{M}{EI}(L)\left(\frac{2}{3}L\right)\right] - \left[\frac{1}{2}\frac{M}{EI}(L)\left(\frac{1}{3}L\right)\right] - \Delta = 0$$

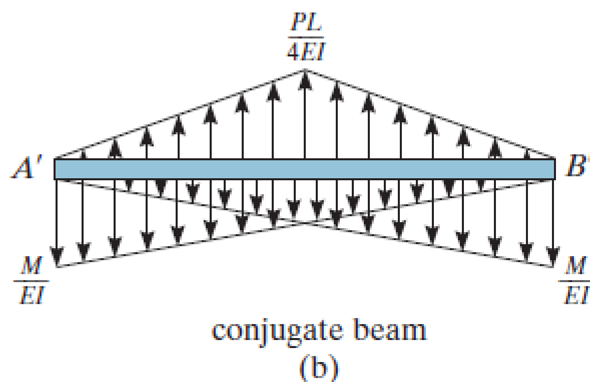
په ´B نقطه کي مومنټ صفر کولو سره لاندينۍ معادله په لاس راځي.

$$M_{AB} = M_{BA} = -\frac{6EI}{L^2}\Delta$$

سخت انجامي مومنټ (Fixed End Moments)

په تيرو موضوعاتو کي مونږ اتکايي ميلانات او بی ځايکيدنه د مومنتونو سره پر تړاو کي د راوستلو کوښښ وکړو خو که وګورو په حقيقت کي اتکايي ميلانات او به ځايکيدنه په ساختمان د وارده بارونو له امله رامينځ ته کيږي په داسي حال کی د ميلان او کړوپيدني معادله اخذ کولو لپاره بايد نومورږي بارونه په انجامی مومنتونو بدل شي کوم چي د Fixed end moments په نامه يادېږي.د پورته ورکړ شوی ګاډر مزدوج ګاډر په لاندېني شکل کي ښودل شوي





conjugate beam
(b)

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad \left[\frac{1}{2}\left(\frac{PL}{4EI}\right)L\right] - 2\left[\frac{1}{2}\left(\frac{M}{EI}\right)L\right] = 0$$

$$M = \frac{PL}{8}$$

د میلان او کږوپیدني معادله (Slope-deflection equation)

کله چي د هری نقطي بی ځایکیدنه او وارده بارونو له امله پیدا کیدونکي انجامي مومنتېونه سره یو ځاي کړاى شي

$$M_{AB} = 2E\left(\frac{I}{L}\right)\left[2\theta_A + \theta_B - 3\left(\frac{\Delta}{L}\right)\right] + (\text{FEM})_{AB}$$

$$M_{BA} = 2E\left(\frac{I}{L}\right)\left[2\theta_B + \theta_A - 3\left(\frac{\Delta}{L}\right)\right] + (\text{FEM})_{BA}$$

$$M_N = 2Ek(2\theta_N + \theta_F - 3\psi) + (\text{FEM})_N$$

For Internal Span or End Span with Far End Fixed

M_N = internal moment in the near end of the span; this moment is *positive clockwise* when acting on the span.

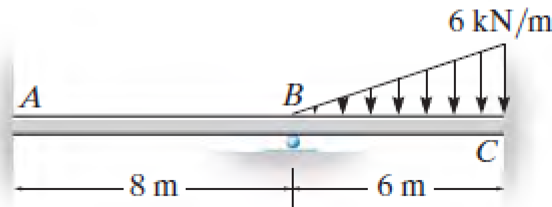
E, k = modulus of elasticity of material and span stiffness $k = I/L$.

θ_N, θ_F = near- and far-end slopes or angular displacements of the span at the supports; the angles are measured in *radians* and are *positive clockwise*.

ψ = span rotation of its cord due to a linear displacement, that is, $\psi = \Delta/L$; this angle is measured in *radians* and is *positive clockwise*.

$(\text{FEM})_N$ = fixed-end moment at the near-end support; the moment is *positive clockwise* when acting on the span; refer to the table on the inside back cover for various loading conditions.

لومړی مثال:ورکړ شوي ګاډر د میلان او کړوپیدني میتود په زریعه تحلیل کړي او د عرضي قوي او انحنایي مومنټ دیاګرام یې رسم کړي.



حل:

1) د هري برخي سخت انجامی مومنټ محاسبه کول (FEM)

$$(\mathrm{FEM})_{BC} = -\frac{wL^2}{30} = -\frac{6(6)^2}{30} = -7.2\ \mathrm{kN \cdot m}$$
$$(\mathrm{FEM})_{CB} = \frac{wL^2}{20} = \frac{6(6)^2}{20} = 10.8\ \mathrm{kN \cdot m}$$

$(\mathrm{FEM})_{BC}$ منفي دي لهذا ساعت د عقربي مخالف حسابیږي. $(\mathrm{FEM})_{AB}=(\mathrm{FEM})_{BC}=0$

همدارنګه $\theta_A = \theta_C = 0$ ځکه چي دواړه انجامونه سخت دي.

AB برخي لپاره

$$M_N = 2E\left(\frac{I}{L}\right)(2\theta_N + \theta_F - 3\psi) + (\mathrm{FEM})_N$$
$$M_{AB} = 2E\left(\frac{I}{8}\right)[2(0) + \theta_B - 3(0)] + 0 = \frac{EI}{4}\theta_B$$

په پورتني معادلو کي N معني near end یا نژدي حد او همدارنګه F معني far end یا لیرئ حد

په دویم حالت کي B ټکي نژدي حد ټاکو او A لیرئ.

$$M_{BA} = 2E\left(\frac{I}{8}\right)[2\theta_B + 0 - 3(0)] + 0 = \frac{EI}{2}\theta_B$$

BC برخي لپاره پورتني معادلي دوباره لیکل ، لومړي B نژدي حد او بیا C نژدي حد ټاکو

$$M_{BC} = 2E\left(\frac{I}{6}\right)[2\theta_B + 0 - 3(0)] - 7.2 = \frac{2EI}{3}\theta_B - 7.2$$
$$M_{CB} = 2E\left(\frac{I}{6}\right)[2(0) + \theta_B - 3(0)] + 10.8 = \frac{EI}{3}\theta_B + 10.8$$

پورتني څلور معادلي پنځه مجهولات لري، د پنځمي معادلي تر لاسه کولو لپارد ساختمان تعادل په کار اچو

د ساختمان د تعادل څخه لرو

$$\curvearrowleft + \Sigma M_B = 0; \qquad M_{BA} + M_{BC} = 0$$

په پورتنئ معادله کي د M_{BA} او M_{BC} قیمتونه وضع کولو څخه لرو.

$$\frac{EI\theta_B}{2} = \frac{2EI\theta_B}{3} - 7.2$$

$$\theta_B = \frac{6.17}{EI}$$

د θ_B قیمت د M_{BA} په معادله کي وضع کولو ثخه لرو

$$M_{BA} = 2E\left(\frac{I}{8}\right)[2\theta_B + 0 - 3(0)] + 0 = \frac{EI}{2}\theta_B$$

$$M_{BA} = 2E\left(\frac{I}{8}\right)\left[2x\frac{6.17}{EI} + 0 - 0\right] = 3.09\ KN - m$$

د θ_B قیمت د M_{AB} په معادله کي وضع کولو ثخه لرو

$$M_{AB} = \frac{EI\theta_B}{4} = \frac{EIx\frac{6.17}{EI}}{4} \quad = 1.54\ KN - m$$

د θ_B قیمت د M_{BC} په معادله کي وضع کولو ثخه لرو

$$M_{CB} = 2E\left(\frac{I}{6}\right)[2(0) + \theta_B - 3(0)] + 10.8 = \frac{EI}{3}\theta_B + 10.8$$

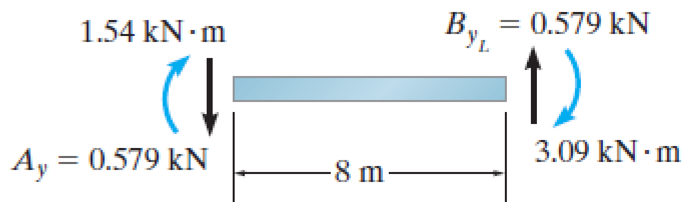
$$M_{BC} = \frac{2EI\theta_B}{3} - 7.2 \gg \frac{2EI\frac{6.17}{EI}}{3} - 7.2 = -3.09KN - m$$

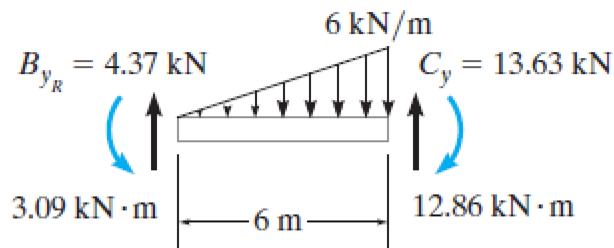
د θ_B قیمت د M_{CB} په معادله کي وضع کولو ثخه لرو

$$M_{CB} = \frac{EI\frac{6.17}{EI}}{3} + 10.8$$

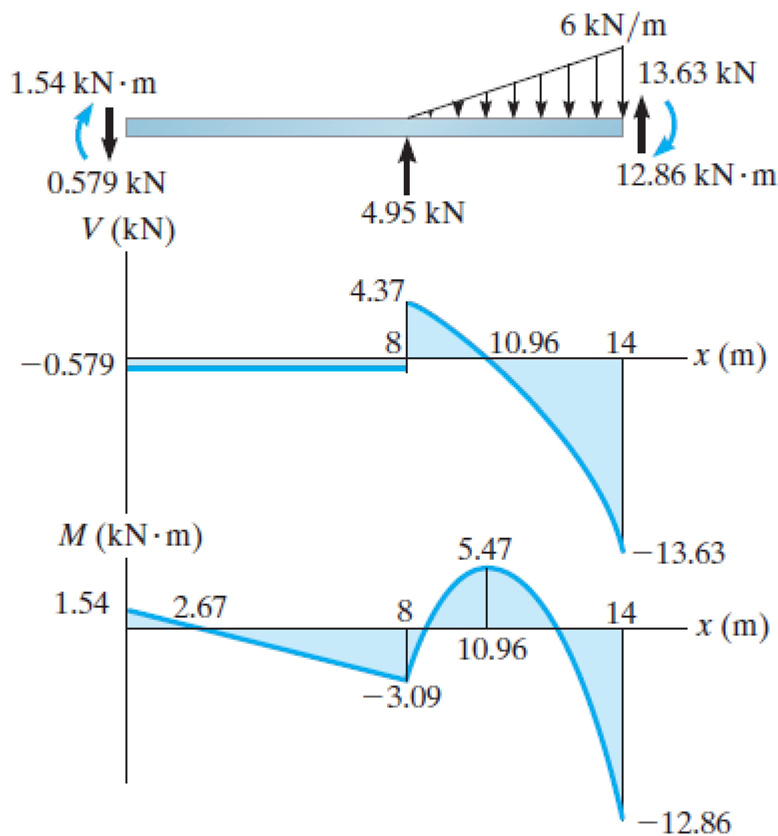
M_{CB} = 12.86KN-m

د تجمع قاعدي په استعمالولو سره اتکايي عکس العملونه محاسبه کيږي

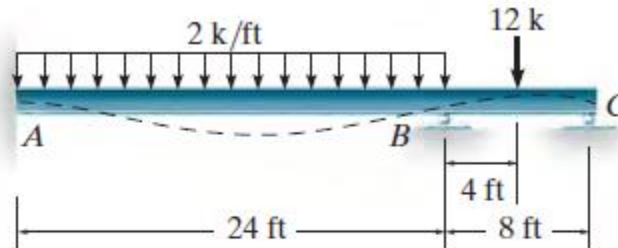




د عرضي قوی او انحنايي مومنټ دياګرام



دوهم مثال:ورکړ شوي ګاډر د میلان او کږوپیدني میتود په زریعه تحلیل کړي او د عرضي قوي او انحنایي مومنټ دیاګرام یې رسم کړي.



حل:

1) د هري برخي سخت انجامی مومنټ محاسبه کول (FEM)

$$(\text{FEM})_{AB} = -\frac{wL^2}{12} = -\frac{1}{12}(2)(24)^2 = -96\ \text{k}\cdot\text{ft}$$

$$(\text{FEM})_{BA} = \frac{wL^2}{12} = \frac{1}{12}(2)(24)^2 = 96\ \text{k}\cdot\text{ft}$$

$$(\text{FEM})_{BC} = -\frac{3PL}{16} = -\frac{3(12)(8)}{16} = -18\ \text{k}\cdot\text{ft}$$

$\psi_{AB} = \psi_{BC} = 0.$ ځکه چي دواړه اتکاګاني ناسته نه کوي. $\theta_A = 0$ ... ته

$$M_N = 2E\left(\frac{I}{L}\right)(2\theta_N + \theta_F - 3\psi) + (\text{FEM})_N$$

$$M_{AB} = 2E\left(\frac{I}{24}\right)[2(0) + \theta_B - 3(0)] - 96$$

$$M_{AB} = 0.08333EI\theta_B - 96 \qquad (1)$$

$$M_{BA} = 2E\left(\frac{I}{24}\right)[2\theta_B + 0 - 3(0)] + 96$$
$$M_{BA} = 0.1667EI\theta_B + 96 \qquad (2)$$

$$M_N = 3E\left(\frac{I}{L}\right)(\theta_N - \psi) + (\text{FEM})_N$$
$$M_{BC} = 3E\left(\frac{I}{8}\right)(\theta_B - 0) - 18$$
$$M_{BC} = 0.375EI\theta_B - 18 \qquad (3)$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0; \qquad M_{BA} + M_{BC} = 0 \qquad (4)$$

د تعادل څخه لرو

$$0.1667EI\theta_B + 96 + 0.375EI\theta_B - 18 = 0$$
$$\theta_B = -\frac{144}{EI}$$

د θ_B قیمت په په 1 ، 2 ، 3، او 4 معادله کي وضع کولو څخه لرو

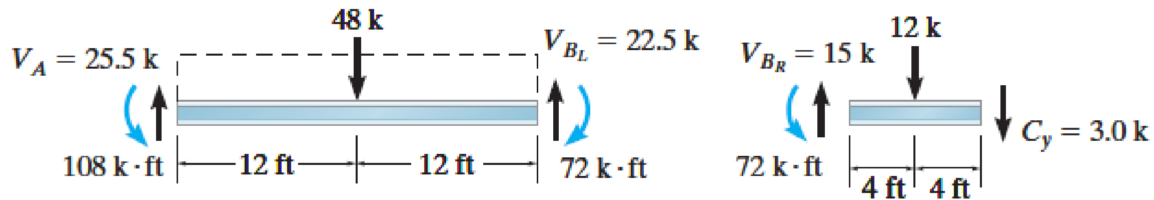
$$M_{AB} = 0.08333EI\theta_B - 96$$
$$M_{AB} = -108K - ft$$

$$M_{BA} = 0.1667EI\theta_B + 96$$
$$M_{BA} = 72k - ft$$

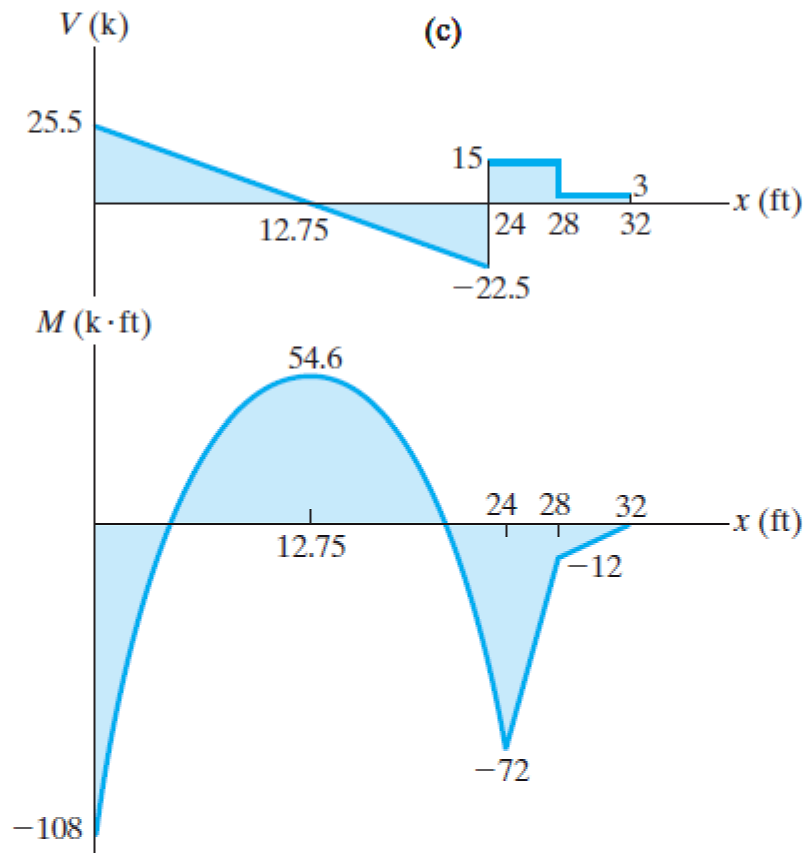
$$M_{BC} = 0.375EI\theta_B - 18$$

$$M_{BC} = -72k - ft$$

د تجمع قاعدي په استعمالولو سره اتكايي عكس العملونه محاسبه كول



د عرضي قوي او انحنايي مومنټ دياګرام رسمول



پنځم څپرکی :دري مومنټه معادله (Three Moment Equation)

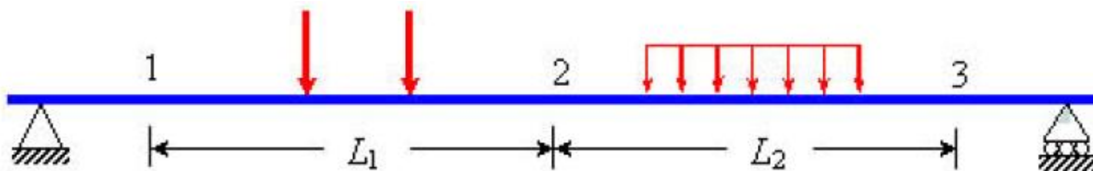
تعارف (Introduction)

د عملي ساحی زیاتره ساختمانونه یو شمیر مسلسل ګاډرونه لري کوم چي په څو وایپ لرونکی چوکاټونو کی او په جلا ډول تر تحلیل لاندي واقع کیږي. د نوموړیو ګاډرونو په اسانۍ او چټک ډول تحلیل ترسره کولو لپاره د قوي میتود کوم چي په تیرو فصلونو کی په بشپړ ډول تشریح شوي ، په ساده او اسان شکل استعمالیږي.

نوموړي میتود ته Three Moment Equation نوم ورکړل شوی دی.

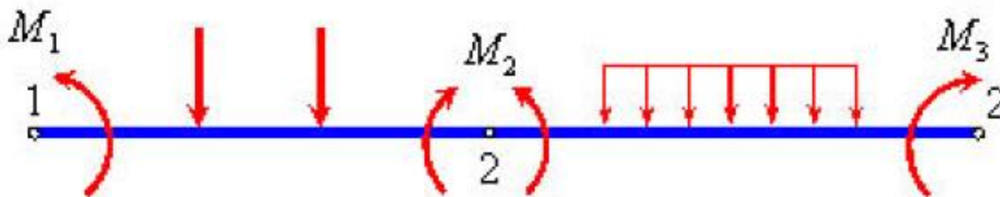
دري مومنټه معادله د مسلسل ګاډرونو په دری اتکاګانو مومنټ او په مختلفو برخو وارده بارونو ترمنځ رابطه روښانه کوي.

د بیلګي په توګه په لاندي ښودل شوي ګاډر کی دري ټکی 1 ، 2 ، 3 د مسلسل ګاډر د اتکاګانو په حیث فرض کیږی. L_1 او L_2 د نوموړیو ټکو تر منځ فاصله ده

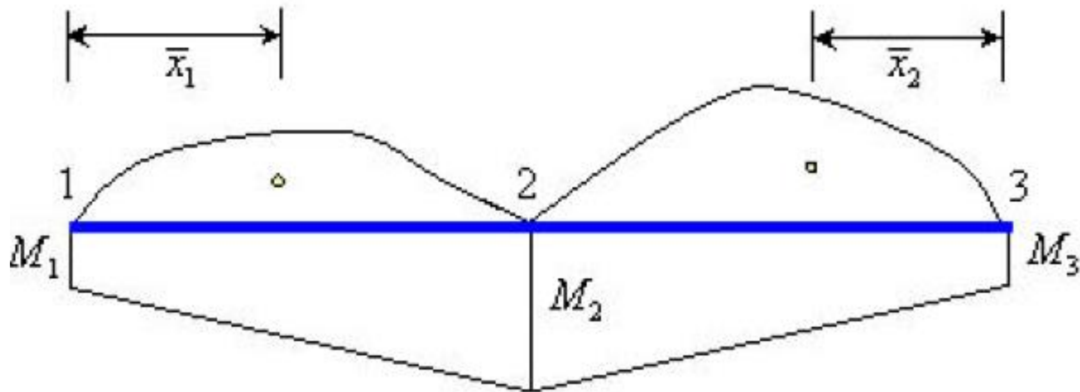


شکل -1

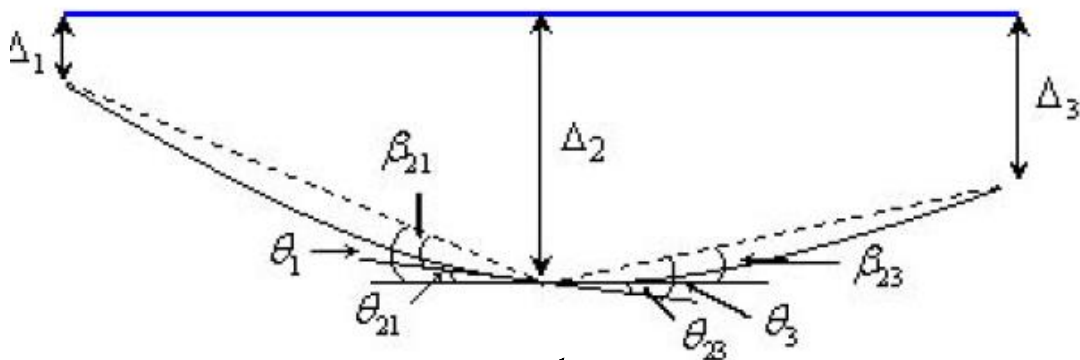
که چیري M_1 ، M_2 او M_3 د نوموړیو نقطو داخلي مومنټونه وی کوم چی په لاندي شکل کی ښودل شوی



د ۱ ، ۲ ، ۳، ټکو عمودی بی ځایکیدنه په لاتي شکل کی ښودل شوي



شکل -3



شکل -4

په منځینۍ نقطي د ایلاستیکي خط د مسلسلوالی څخه لرو

$$\theta_{12} = \theta_{23}$$

همدارنګه

$$\theta_{21} = \theta_1 - \beta_{21} \text{ and } \theta_{23} = \theta_3 - \beta_{23} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(A)}$$

$$\theta_1 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{L_1} \quad \text{and} \quad \theta_3 = \frac{\Delta_3 - \Delta_2}{L_2} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(B)}$$

په شکل -۳ کی د وارده بارونو د کوږوالي مومنټ دیاګرام ښودل شوي په نوموړي دیاګرام د مومنټ- مساحت

میتود پلی کولو شخه.

$$\Theta_{21} = \frac{1}{L_1} \times \frac{1}{EI_1}\left(\frac{M_1 L_1^2}{6} + \frac{M_2 L_1^2}{3} + A_1 \bar{x}_1\right) \quad \ldots\ldots\ldots (C)$$

$$\Theta_{23} = \frac{1}{L_2} \times \frac{1}{EI_2}\left(\frac{M_3 L_1^2}{6} + \frac{M_2 L_1^2}{3} + A_2 \bar{x}_2\right) \quad \ldots\ldots\ldots (D)$$

په پورتنیو معادلو کی A_1 او A_2 د ۱-۲ او ۲-۳ برخو د مومنت دیاګرام مساحت دی. C او D معادلي په A او B کی وضع کولو شخه لرو

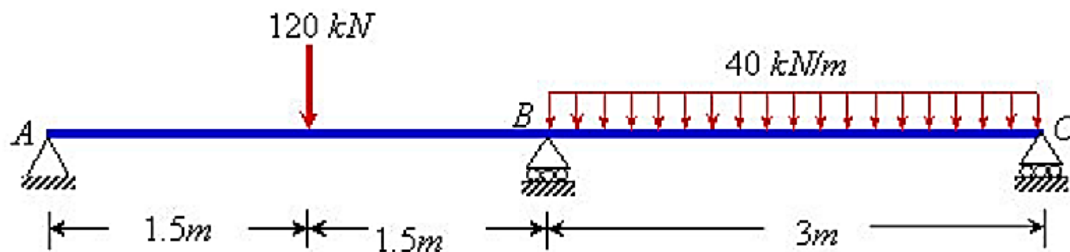
$$M_1\left(\frac{L_1}{I_1}\right) + 2M_2\left(\frac{L_1}{I_1} + \frac{L_2}{I_2}\right) + M_3\left(\frac{L_2}{I_2}\right) = -\frac{6A_1\bar{x}_1}{I_1L_1} - \frac{6A_2\bar{x}_2}{I_2L_2} + 6E\left[\frac{(\Delta_2 - \Delta_1)}{L_1} + \frac{(\Delta_2 - \Delta_3)}{L_2}\right]$$

پورتنۍ معادله د دري مومنټه معادلي په نامه یادیږي.

علامتي سیستم :

- د sagging مومنټ لپاره د M1 ، M2 او M3 قیمتونه مثبت نیول کیږي
- د hogging مومنټ لپاره د M1 ، M2 او M3 قیمتونه منفی نیول کیږي
- Sagging مومنټ لپاره A1 ، A2 ، او A3 قیمتونه مثبت
- همدارنګه د Δ_1 ، Δ_2، Δ_3 قیمتونه مثبت اخیستل کیږي کله چي بی ځایکیدنه لاندي اړخ ته وي

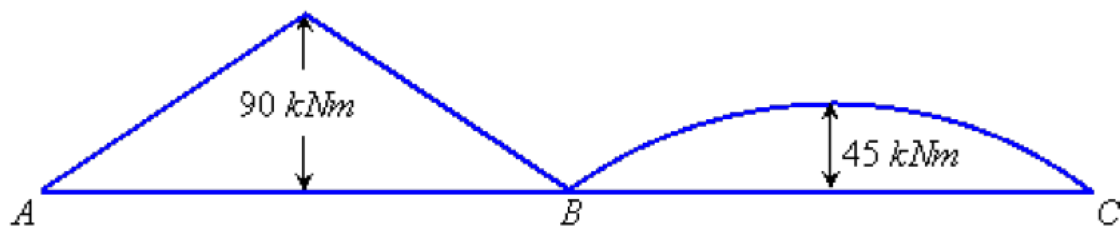
مثال: لاندي ورکړ شوي مسلسل ګاډر تحلیل کړي او د مومنټ دیاګرام یې رسم کړي.



حل:

لومړي د هري برخي جلا جلا مومنټ دیاګرام رسمیږي.د Boundary condition څخه پوهیږو چی

$$M_A = M_C = 0$$



په AB او BC برخو دري مومنټه معادله عملی کولو څخه $(\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0)$

$$M_A\left(\frac{3}{I}\right) + 2M_B\left(\frac{3}{I}+\frac{3}{I}\right) + M_C\left(\frac{3}{I}\right) = -\frac{6\times 1/2\times 90\times 3\times 1.5}{3\times I} - \frac{6\times 2/3\times 45\times 3\times 1.5}{3\times I}$$

M_B =-56.25 kN.m

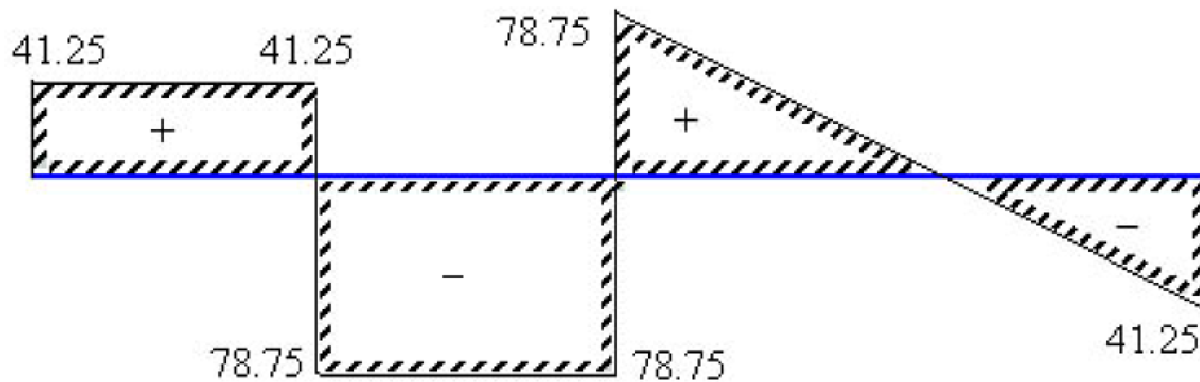
په A ، B او C اتکاګانو عمودي غبرګونونه په لاندي ډول دي

$$V_A = \frac{120 \times 1.5 - 56.25}{3} = 41.25 \text{ kN}$$

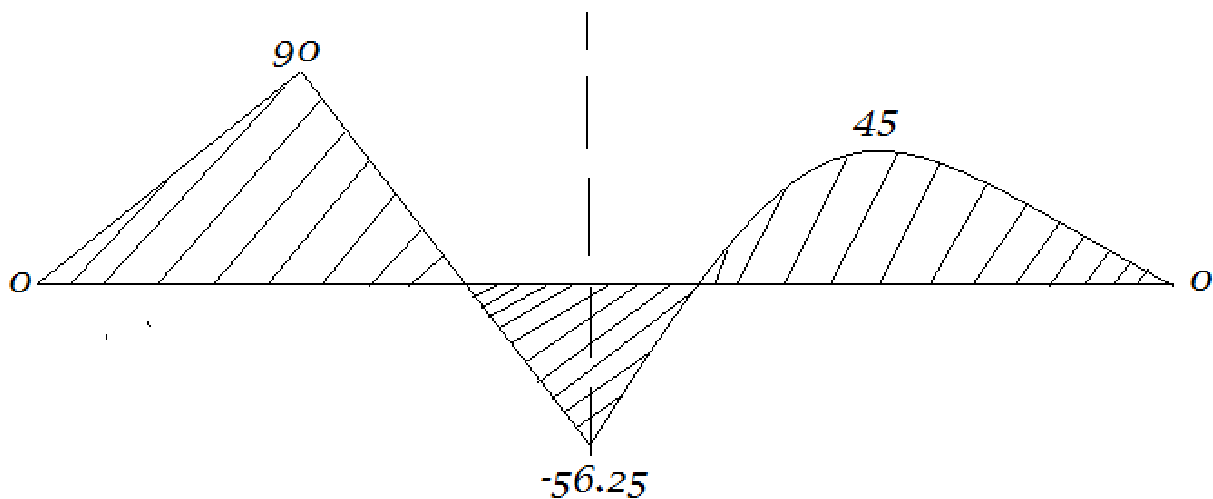
$$V_C = \frac{40 \times 3 \times 1.5 - 56.25}{3} = 41.25 \text{ kN}$$

$$V_B = 120 + 40 \times 3 - 41.25 - 41.25 = 157.5 \text{ kN}$$

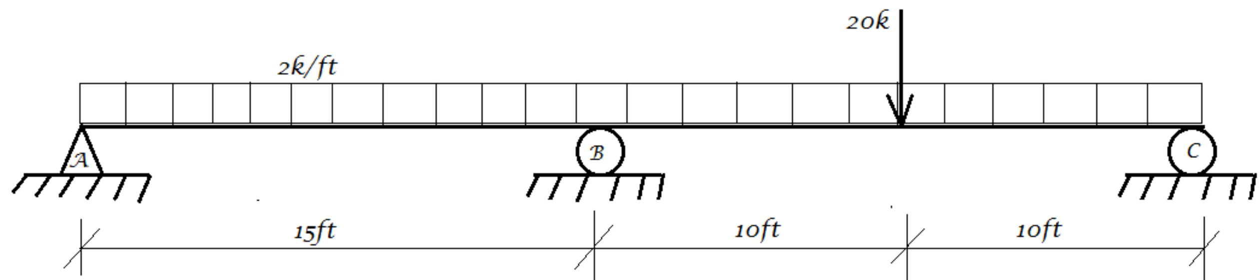
د عرضي قوي دیاګرام



مومنټ دیاګرام



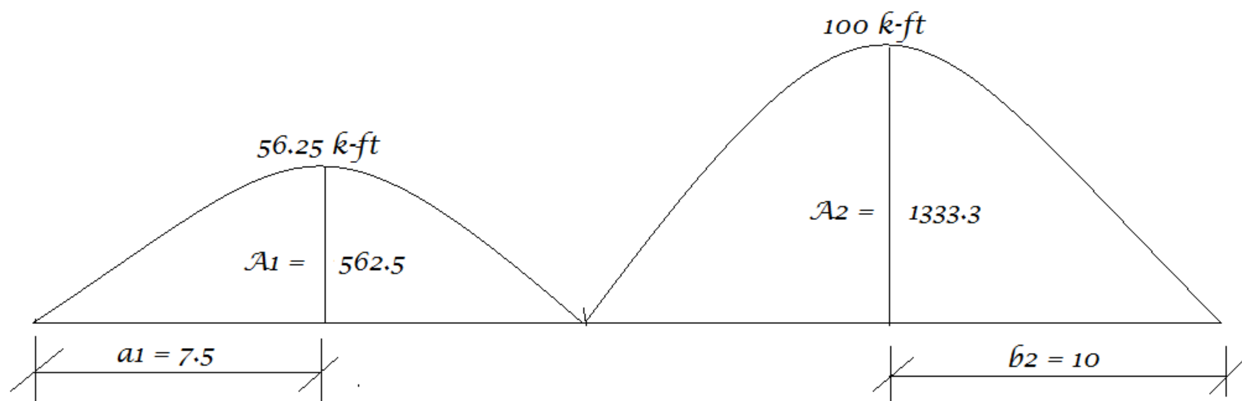
مثال: لاندي ورکړ شوي مسلسل ګاډر تحلیل کړي او د مومنټ دیاګرام یې رسم کړي.

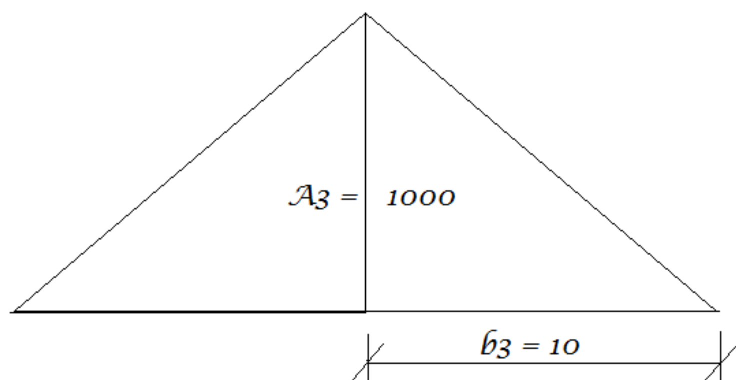


حل:

لومړي د هري برخي جلا جلا مومنټ دیاګرام رسمیږي.د Boundary condition څخه پوهیږو چې

$$M_A = M_C = 0$$





$M_1 = \frac{wl^2}{8} = \frac{2x15^2}{8} = 56.25k - ft$

$A_1 = \frac{2}{3}bh = \frac{2}{3}x15x56.25 = 562.5$

$M_2 = \frac{wl^2}{8} = \frac{2x20^2}{8} = 100\ k - ft$

$A_2 = \frac{2}{3}bh = \frac{2}{3}x20x100 = 1333.3$

$M_3 = \frac{PL}{8} = \frac{20x20}{4} = 100\ k - ft$

$A_2 = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}x20x100 = 1000$

د Three moment equation په استعمالولو سره د B جواینټ داخلي مومنټ محاسبه کیږي.

$$M_A\left(\frac{15}{I}\right) + 2M_B\left(\frac{15}{I} + \frac{20}{I}\right) + M_C\left(\frac{20}{I}\right) = -\frac{6x562.5x7.5}{15xI} - \frac{6x1333.3x10}{20xI} - \frac{6x1000x10}{20xI}$$

0 0

$15M_A + 2M_B(35) + 20M_C = -1687.5 - 3999.99 - 3000$

$70M_B = -8687.49$ >>>>>>>>>>>>>> $M_B = -124.1$ k-ft

په A ، B او C اتکاګانو عمودي غبرګونونه د تجمع قاعدی څخه په لاس راوړل کیږي.

124.1 k-ft　　20k

2k/ft

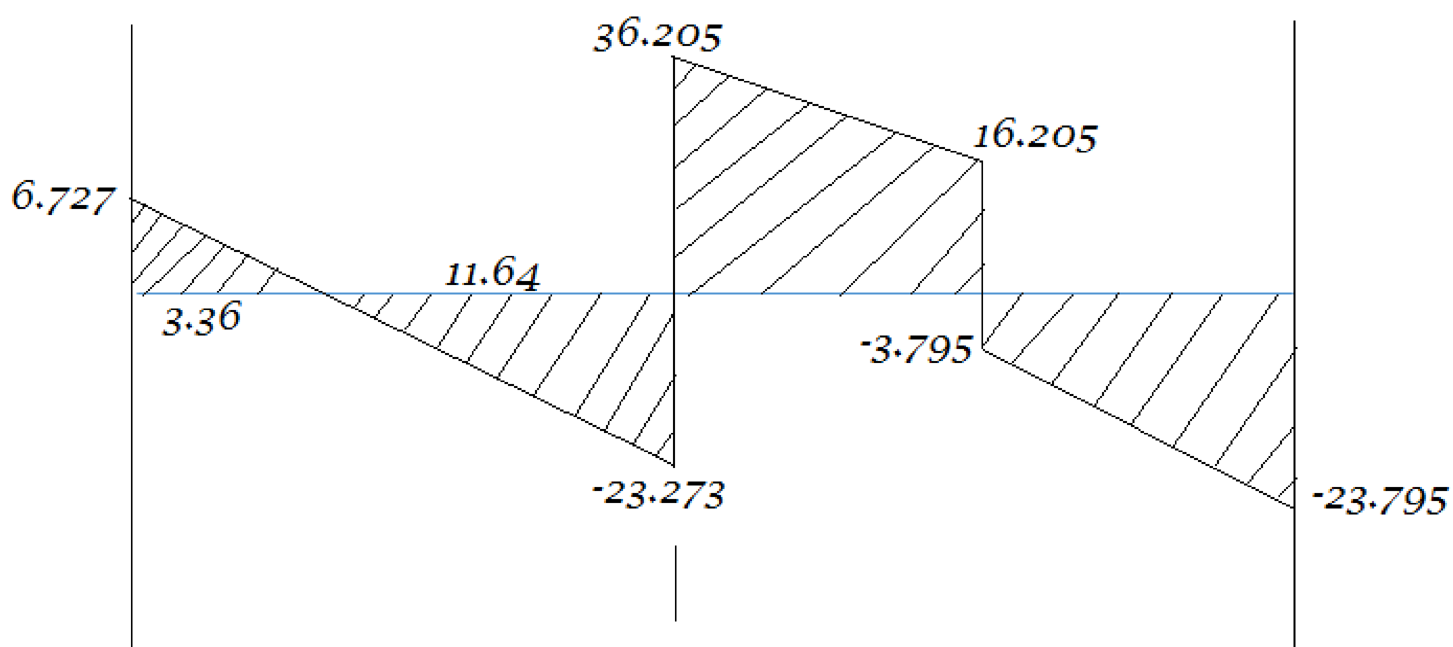
A　　B　　C

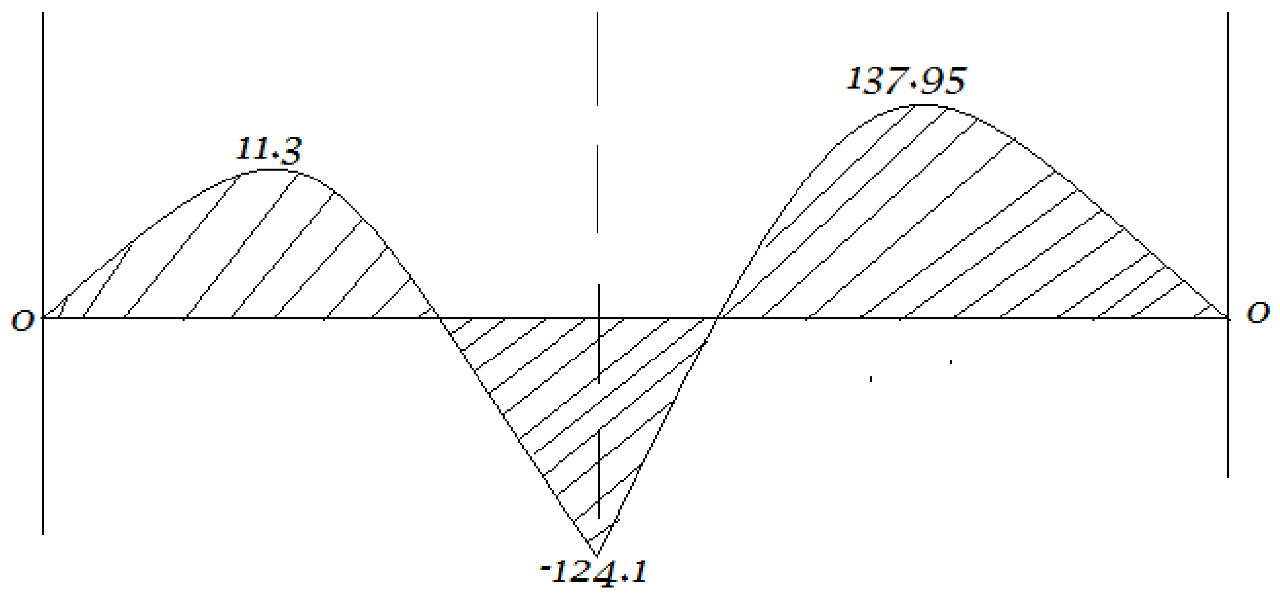
15ft　　10ft　　10ft

15k　　15k　　20+10　　20+10

$\frac{124}{15} = 8.273k$　　$\frac{124}{15} = 8.273k$　　$6.205k = \frac{124.1}{20}$　　$\frac{124.1}{20} = 6.205k$

6.727k　　59.478k　　23.795k




137.95
11.3
O
O
-124.1

شپږم فصل

Stiffness method

تعارف (Introduction)

ستهفنس میتود د ساختمانونود تحلیل د اوړدیدنی (Displacement) میتودونو کتګوري پوري مربوط ده او په هغه وخت کي تیره ډیره استفاده کیږي کله چي د ساختمان د نامعین والي درجه لوړه وي.پرته له دي نوموړي میتود دمعین ساختمانونو تحلیل لپاره هم د استعمال وړ ده.د قوي میتود او ستهفنس میتود ترمنځ اساسي توپیر د قوي میتود د معین ساختمانونو تحلیل لپاره د نه استعمالیدو یا په یوه اوږده پروسه تحلیل دی.

ستهفنس میتود په مستقیم ډول د اوړدیدني یا بی ځایګیدنی (Displacement) او قواو محاسبه کوي حالانکی Flexibility Method یا Force Method په غیر مستقیم ډول د نوموړیو اوړدیدنو تحلیل تر څیړنی لاندي نیسي.

ستهفنس میتودد ماتریکسونو اساتنیاوي له امله په کمپیوټري پروګرامونو کی ډیر په اسانۍ سره ځاي پر ځاي کیدای شی.

په نوموړي میتود کي لومړۍ د قوي او اوړدیدني ترمنځ تعلق او رابطه د معادلو په شکل کي صورت نیسي او وروسته د تعادلي شرایطو په پوره کولو سره د ساختمان تحلیل تر پایي رسول کیږي په اسانو ټکو په نوموړي میتود کي لومړي اوړدیدنه (Displacement) محاسبه کیږي بیاد اوړدیدني په کارولو سره نامعلومي قواوي لاس ته راوړل کیږي.

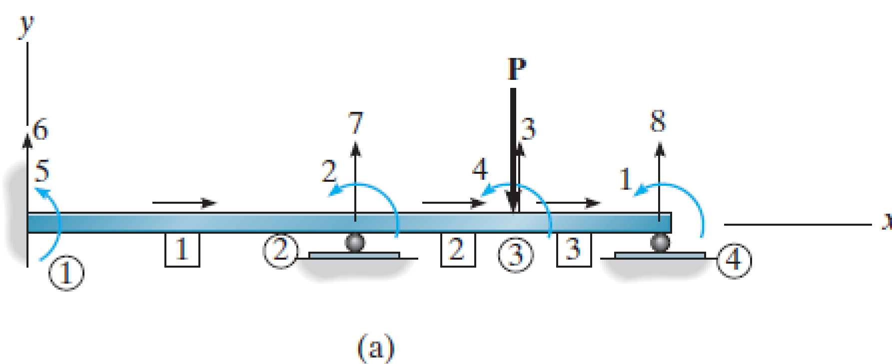
د ستهفنس میتود کارولو لپاره لومړي ساختمان په کوچنیو برخو ویشل کیږي او د هري برخي انجامي نقطه (Node) په نښه کیږي.نوموړي کوچنۍ برخو ته Finite Elements وئیل کیږي.د هری برخي قوي – اوړدیدني خصوصیات محاسبه کولو وروسته په ماتریکس کي لیکل کیږي کوم ته چي د ځایې ستهفنس ماتریکس (Local Stiffness Matrix) نوم ورکړ شوي، د ټولو برخو

خصوصيات په يو مجموعي ماتريکس کي يوځاې کيږي کوم چي د Global stiffness matrix په نامه ياديږي.

د غړيو او نوډونو په نښه کول (Member and Node identification)

مخکي له دی چي ګاډرونو لپاره د ستفنس ميتود کاری کړنلاره وضع کړو بايد په دی پوهه شو چي ساختمان څرنګه په خپلو کوچنيو برخو يا Finite elements کی وويشل کيږي.

په عمومي توګه هره يوه برخه بايد د لوډ څخه ازاده وي او يو شان مقطع (prismatic section) ولري.د نوموړي کار ترسره کولو لپاره بايد د نوډ موقيعت وپيژنو.نوډ هغه ټکي ته وايي چيرته چي دوه برخي سره وصل کيږي يا چيرته چي اتکاوي موجود وي يا چيرته چي خارجي بار عمل کوي يا چيرته چي مقطع سمدلاسه تغيرکوي او يا هم چيرته چي عمودي يا تاويدونکي بې ځايکيدنه مطلوب وي.



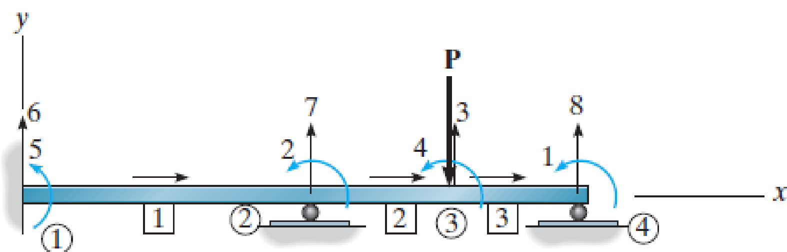
(a)

په شکل a– کي د ګاډر مختلفی برخي او غوټی ښودل شوی . په شکل کی د غوټي ښودلو لپاه بايد دايره وکارول شی او غړيو ښودلو لپاره د مربعي شکل څخه استفاده وشي.

د نيژدی او ليري انجام ښودلو لپاره په مطلوبه جهت کی د غشی څخه استفاده کيږي.

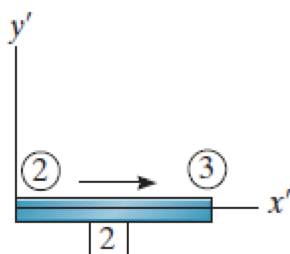
ځايي او ګلوبل کواردينات (Local and Global Coordinates)

د ګلوبل کواردیناتس ښودلو لپاره د X ، Y ، او Z تورو څخه استفاده کيږي او په عمومي توګه په داسی ځي کی ځايي پر ځايي کيږي چيرته چي نور



(a)

ساختماني عناصر مثبت کواردیناتس ولري



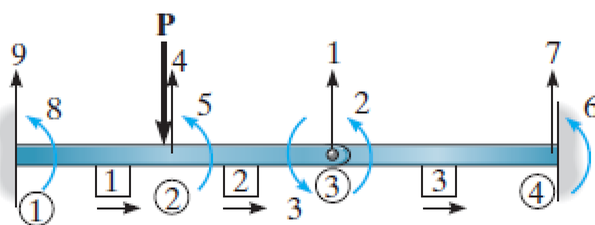
(b)

لوکل کواردینات د ساختمان د مختلفو برخو په جلا ډول ساحوي کواردینات سیستم ته وایي کوم چي په عام حالت کی د X' ، Y' او Z' په توري ښودل کیږي.

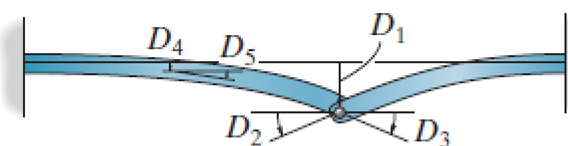
کنیماتیک نامعین والي (Kinematic indeterminacy)

وروسته له دي چي ګاډر په Finite elements کی وویشل شي ، نوډونه او برخي یي روښانه شي او د ساختمان ګلوبل او لوکل کواردینات سیستم وضع شی ، بیا د ساختمان کنیماتیک نامعین والي په نظر کي نیول کیږي.

که چیري د ګاډر په هره غوټه کي عمودي غوځونکي قوه او کوږوالي فرض شی په داسي حال کی د ګاډر په هره غوټه کي دوه درجي کنیماتیکي ازادي موجوده وي.



(a)



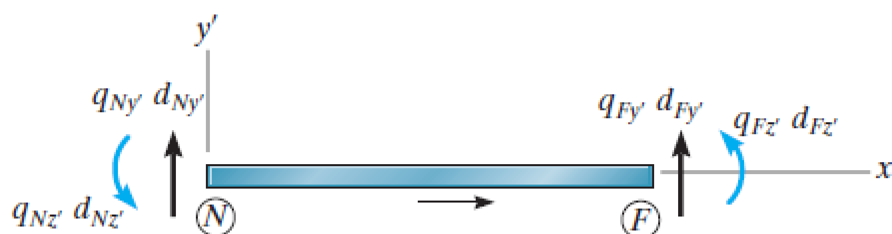
(b)

د غوځونکوو قوو له امله عمودي اوړیدنه او تاویدونکي بی ځایکیدنو لپاره خپل کود نمبر استعمالیږي. هغه غوټی چیرته چي عمودي اوړیدنه او تاویدونکي اوړیدنه نامعلومه وي هلته باید تیټه شمیره استعمال شی او د معلومه ټکو عمودي اوړیدنه او تاویدونکي اوړیدنه باید په لوړو عددونو وښودل شي لکه څرنګه چي په شکل a- کی ښودل شوي. د دویم او دریم نوډ غوځونکی

اوړېدنه او تاويدونکي ېي ځايکيدنه نامعلومه ده همدا وجه ده چي د 1 څخه 4 پوري شميره ورکړشوي.د لومړي او څلورم نوډ قواوي معلومه دي لهذا د 5 څخه 8 پوري شميره ورکړشوي.په موجوده حالت کي د لومړي او څلورم نوډ غوڅونکی اوړېدنه او تاويدونکي ېی ځايکيدنه صفر ده.

ځايي ستفنس ماتريکس (Local Stiffness Matrix)

په دي موضوع کي د ګاډر يوي برخي لپاره چی ثابته مقطع ولري د ځايي ستفنس ماتريکس جوړولو بيلګه وړاندي کوو.



positive sign convention

په پورته ښودل شوي شکل کي N د غړي نژدي او F ليري اړخ روښانه کوي همدارنګه X' او Y' د غړي ځايي کواردريناتس دي

د نيژدي اړخ عمودي غوڅونکي قوه او مومنټ د $q_{Ny'}$ او $q_{Nz'}$ په توري او د همدي جهت عمودي اوړېدنه او تاويدنه د $d_{Ny'}$ او $d_{Nz'}$ په توري ښودل شوي.همدارنګه

د ليري اړخ (Far End) عمودي غوڅونکي قوه او مومنټ د $q_{Fy'}$ او $q_{Fz'}$ په توري او د همدي جهت عمودي اوړېدنه او تاويدنه د $d_{Fy'}$ او $d_{Fz'}$ په توري ښودل شوي

د Y' جهت اوړېدنه (Y' Displacement)

کله چي د غړي N اړخ ته عمودي اوړېدنه $d_{Ny'}$ ورکړ شي او د نورو جهتونو اوړېدنه بنده وي په داسي حال کي غوڅونکي قوه او مومنټ په لاندي ډول وي.

$$q_{Ny'} = \frac{12EI}{L^3} d_{Ny'} \qquad q_{Fy'} = -\frac{12EI}{L^3} d_{Ny'}$$

$$q_{NZ'} = \frac{6EI}{L^2} d_{Ny'} \qquad q_{FZ'} = \frac{6EI}{L^2} d_{Ny'}$$

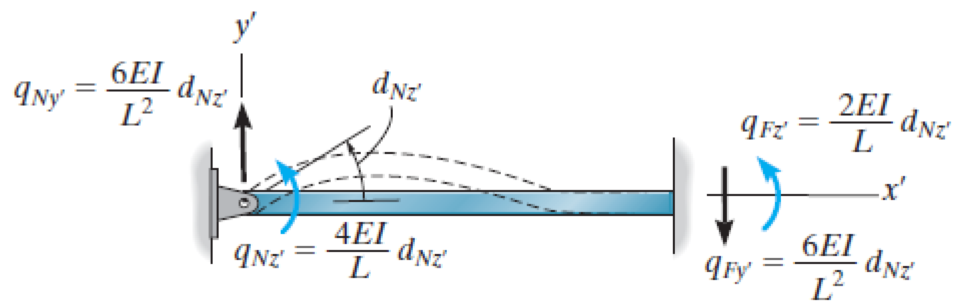
کله چي د غړي F اړخ ته عمودي اوږدېدنه $d_{Fy'}$ ورکړ شي او د نورو جهتونو اوږدېدنه بنده وي په داسي حال کي غوڅونکي قوه او مومنټ په لاندي ډول وي.

$$q_{Ny'} = -\frac{12EI}{L^3} d_{Fy'} \qquad q_{Fy'} = \frac{12EI}{L^3} d_{Fy'}$$

$$q_{NZ'} = -\frac{6EI}{L^2} d_{Fy'} \qquad q_{FZ'} = -\frac{6EI}{L^2} d_{Fy'}$$

د Z' جهت تاویدنه (Z' Rotation)

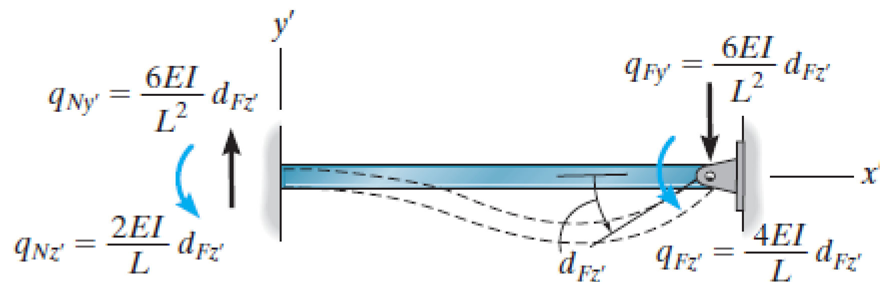
کله چي د غړي N اړخ ته تاویدنه $d_{NZ'}$ ورکړ شي او د نورو جهتونو اوږدېدنه بنده وي په داسي حال کي غوڅونکي قوه او مومنټ په لاندي ډول وي.



$$q_{Ny'} = \frac{6EI}{L^2} d_{NZ'} \qquad q_{Fy'} = -\frac{6EI}{L^2} d_{NZ'}$$

$$q_{NZ'} = \frac{4EI}{L} d_{NZ'} \qquad q_{FZ'} = \frac{2EI}{L} d_{NZ'}$$

کله چي د غړي F اړخ ته $d_{NZ'}$ تاويدنه ورکړ شي او د نورو جهتونو اوړيدنه بنده وي په داسي حال کي



غوڅونکي قوه او مومنټ په لاندي ډول وي.

$$q_{Ny'} = \frac{6EI}{L^2} d_{FZ'} \qquad q_{Fy'} = -\frac{6EI}{L^2} d_{FZ'}$$

$$q_{NZ'} = \frac{2EI}{L} d_{FZ'} \qquad q_{FZ'} = \frac{4EI}{L} d_{FZ'}$$

ځايي ستېفنس ماتريکس (Local Stiffness Matrix)

Q = K*d

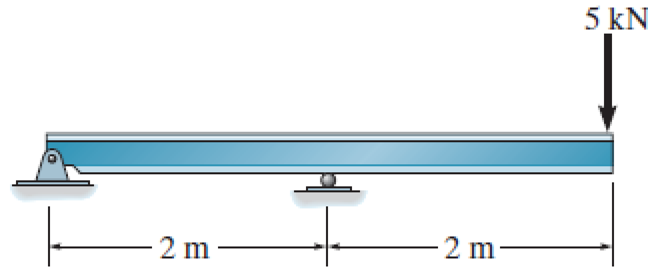
$$\begin{bmatrix} q_{Ny'} \\ q_{Nz'} \\ q_{Fy'} \\ q_{Fz'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{Ny'} \\ d_{Nz'} \\ d_{Fy'} \\ d_{Fz'} \end{bmatrix}$$

(columns: $N_{y'}$, $N_{z'}$, $F_{y'}$, $F_{z'}$)

ګلوبل ستېفنس ماتريکس (Global Stiffness Matrix)

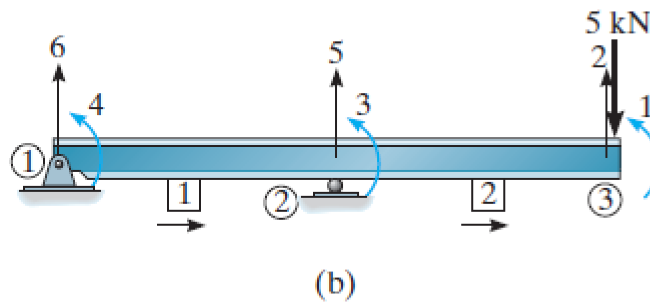
کله چي د غړيو ځايي ستېفنس ماتريکسونه جوړ شي ، ټول په يو ماتريکس کي سره يوځايي کيږي.

مثال 1 : د ورکړشوی ګاډر اتکايي غبرګونونه د سټفنس میتود د لاري تحلیل کړي.



حل:

ورکړشوي ګاډر دوه غړي او دري غوټي لري کوم چي په لاندي شکل کي ښودل شوي.تیټه شمیره باید د هغه غوټي قواو ته ورکړ شوي کوم چي نامعلومه وي



(b)

د معلومداره بارونو او اوږديدني ماتریکس.

$$\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \qquad \mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 6 \end{matrix}$$

د غړیو ځایي سټفنس ماتریکسونه:(Member Local Stiffness Matrices)

د غړیو ځایي سټفنس ماتریکسونه د ماتریکس - ۱ څخه په استفاده محاسبه کیږي.

$$\mathbf{k}_1 = EI \begin{bmatrix} 1.5 & 1.5 & -1.5 & 1.5 \\ 1.5 & 2 & -1.5 & 1 \\ -1.5 & -1.5 & 1.5 & -1.5 \\ 1.5 & 1 & -1.5 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 6 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{matrix} \quad (\text{columns: } 6,\ 4,\ 5,\ 3)$$

$$\mathbf{k}_2 = EI \begin{bmatrix} 1.5 & 1.5 & -1.5 & 1.5 \\ 1.5 & 2 & -1.5 & 1 \\ -1.5 & -1.5 & 1.5 & -1.5 \\ 1.5 & 1 & -1.5 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{matrix} \quad (\text{columns: } 5,\ 3,\ 2,\ 1)$$

د ساختمان ګلوبل سټفنس ماتریکس :(Structure Global Stiffness Matrix)

ګلوبل سټفنس ماتریکس د پورتني ماتریکسونو یوځایې کولو څخه په لاس راځي

$$K = EI \begin{bmatrix} \textcircled{2} & -1.5 & 1 & 0 & 1.5 & 0 \\ -1.5 & 1.5 & -1.5 & 0 & -1.5 & 0 \\ 1 & -1.5 & 4 & 1 & 0 & 1.5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1.5 & 1.5 \\ 1.5 & -1.5 & 0 & -1.5 & \textcircled{3} & -1.5 \\ 0 & 0 & 1.5 & 1.5 & -1.5 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \quad (\text{columns: } 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6)$$

$$\textcircled{2} = 0 + 2 = 2, \qquad \textcircled{3} = 1.5 + 1.5 = 3,$$

بی ځایکیدنه او لوډ:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{KD}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \\ 0 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{bmatrix} = EI \begin{bmatrix} 2 & -1.5 & 1 & 0 & 1.5 & 0 \\ -1.5 & 1.5 & -1.5 & 0 & -1.5 & 0 \\ 1 & -1.5 & 4 & 1 & 0 & 1.5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1.5 & 1.5 \\ 1.5 & -1.5 & 0 & -1.5 & 3 & -1.5 \\ 0 & 0 & 1.5 & 1.5 & -1.5 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

لاندي ورکړشوي معادلي د پورتني ماتريکسونو څخه اخيستل کيږي.

$$0 = 2D_1 - 1.5D_2 + D_3 + 0$$
$$-\frac{5}{EI} = -1.5D_1 + 1.5D_2 - 1.5D_3 + 0$$
$$0 = D_1 - 1.5D_2 + 4D_3 + D_4$$
$$0 = 0 + 0 + D_3 + 2D_4$$

د معادلو حل څخه لرو

$$D_1 = -\frac{16.67}{EI}$$
$$D_2 = -\frac{26.67}{EI}$$
$$D_3 = -\frac{6.67}{EI}$$
$$D_4 = \frac{3.33}{EI}$$

د ګلوبل ماتريکس اخرنۍ دوه معادلی ضربولو څخه

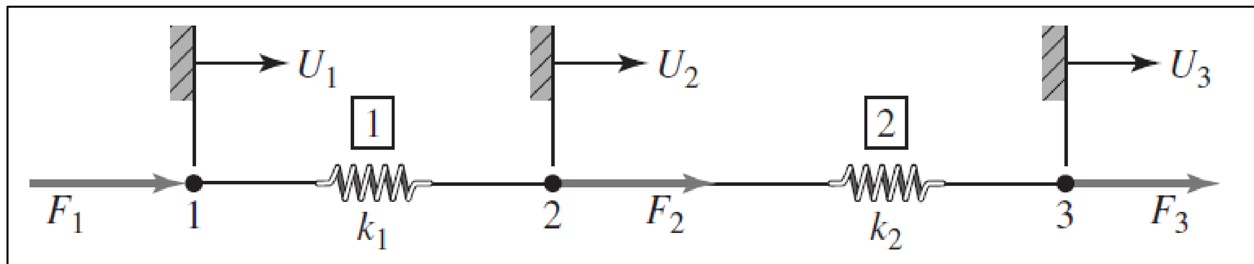
$$Q_5 = EI[1.5D_1 - 1.5D_2 + 0 - 1.5D_4]$$

$$Q_5 = 1.5EI\left(-\frac{16.67}{EI}\right) - 1.5EI\left(-\frac{26.67}{EI}\right) + 0 - 1.5EI\left(\frac{3.33}{EI}\right)$$
$$= 10 \text{ kN}$$

$$Q_6 = 0 + 0 + 1.5EI\left(-\frac{6.67}{EI}\right) + 1.5EI\left(\frac{3.33}{EI}\right)$$
$$= -5 \text{ kN}$$

مثال 2 : په لاندي ورکړشوي شکل کي دوه عناصر لرونکي سيستم ښودل شوي، که چيري لومړي غوټه د سختي اتکاء سره وصل وي په داسي حال کي چي د نومړي غوټي اوږديدنه (U_1) صفر وي نو تاسي د نورو غوټو اوږديدنه او د غوټو قواوي محاسبه کړي.نور ارقام په لاندي ډول دي.

K_1=50lb/in K_2=75lb/in F_2=F_3=75lb



حل:

د لومړي عنصر د سټفنس ماتريکس

$$K_1 = \begin{bmatrix} 50 & -50 \\ -50 & 50 \end{bmatrix}$$

د دوهم عنصر د سټفنس ماتريکس

$$K_1 = \begin{bmatrix} 75 & -75 \\ -75 & 75 \end{bmatrix}$$

ګلوبل سټفنس ماتريکس

$$K = \begin{bmatrix} 50 & -50 & 0 \\ -50 & 125 & -75 \\ 0 & -75 & 75 \end{bmatrix}$$

فورمول

$$F = KD$$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 & -50 & 0 \\ -50 & 125 & -75 \\ 0 & -75 & 75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

پوهیږو چي $U_1=0$ ، $F_2 = F_3 = 75lb$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ 75 \\ 75 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 & -50 & 0 \\ -50 & 125 & -75 \\ 0 & -75 & 75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

$F_1 = -50U_2$ 1

$75 = 125U_2 – 75U_3$.......2

$75 = -75U_2 + 75U_3$........3

د پورتني معادلو په حل کولو سره لاندیني نتایج لاس ته راځي

$U_2 = 3”$

$U_3 = 4”$

$F_1 = -150lb$